ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Émile Picard**, en déposant sur le bureau de l'Académie le *Troisième Catalogue de l'Observatoire d'Abbadia, comprenant* 1250 *étoiles, dont* 658 *fondamentales*, s'exprime comme il suit :

Ce troisième catalogue continue les deux catalogues de 1923 et de 1928. Comme dans le second, on a pris la constante de la réfraction égale à 60″,615 très satisfaisante pour Abbadia.

Conformément aux décisions de l'Union astronomique internationale, on a réduit les positions d'étoiles à 1925,0. De même, on a adopté pour ce troisième catalogue les positions moyennes et les mouvements propres d'Eichelberger, et, pour les étoiles doubles ou triples, on a pris le milieu ou le centre de gravité. Les corrections instrumentales de toutes sortes, sauf la collimation en A. R., sont tirées pour chaque soirée d'un grand nombre d'étoiles fondamentales observées dans cette soirée, 60, 80, quelquefois plus de 100.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités universellement négligeables.* Note de M. **Émile Borel**.

On sait que, dans les applications du calcul des probabilités, lorsque la probabilité devient extrêmement voisine de l'unité, elle peut et doit être pratiquement confondue avec la certitude. Le principe de Carnot, l'irréversibilité de nombreux phénomènes, sont des exemples bien connus de cas dans lesquels la probabilité théorique équivaut à la certitude pratique. On n'a peut-être pas cependant, du moins à ma connaissance, suffisamment

précisé à partir de quelles limites une probabilité devient universellement négligeable, c'est-à-dire négligeable dans les limites les plus étendues de temps et d'espace que nous puissions humainement concevoir, négligeable dans tout notre Univers.

Fixons à 100, pour la commodité de nos notations, le nombre de caractères distincts, lettres ou signes, dont dispose un atelier d'imprimerie pour la composition d'une page de texte courant [1]. Si dans une telle page figurent 2000 caractères, le nombre des pages *possibles*, dont chacune pourrait être composée en quelques minutes par un linotypiste tapant au hasard sur ses touches, est égal à $100^{2000} = 10^{4000}$. La probabilité pour que l'une de ces pages possibles, prise au hasard, coïncide avec une page réelle, par exemple avec celle-ci, est 10^{-4000}. Cherchons à nous représenter comment on pourrait essayer de retrouver le réel par l'énumération complète du possible.

Imaginons donc des feuilles de papier idéales aussi minces que les plus faibles longueurs conçues par les physiciens : par exemple un dix-milliardième d'angström, soit 10^{-20} centimètre; on pourrait empiler 10^{20} de ces feuilles en 1^{cm}, soit 10^{30} environ en la longueur d'une seconde de lumière, moins de 10^{40} en un siècle de lumière, moins de 10^{50} en 10 milliards de siècles de lumière.

Sur chacune de ces feuilles, imaginons que l'on écrive avec des caractères dont les dimensions linéaires soient également de l'ordre du dix-milliardième d'angström; si les dimensions linéaires de chaque feuille atteignent dix milliards d'années de lumière, nous pourrons, sur chacune d'elles, aligner 10^{50} lignes renfermant chacune 10^{50} caractères, soit en tout 10^{100} caractères par feuille et 10^{150} caractères pour l'ensemble des feuilles. Si nous supposons maintenant que, pendant des milliards de siècles, ce livre gigantesque et infinitésimal soit récrit en entier des milliards de milliards de fois par seconde, nous arrivons au total à le récrire moins de 10^{50} fois, ce qui fait moins de 10^{200} caractères dans l'ensemble de tous ces livres.

Ces livres que nous ne pouvons évidemment songer à écrire, il nous est loisible de considérer qu'ils sont tracés à chaque instant sur des feuilles idéales par les radiations qui traversent l'espace; sur chacune des feuilles extrêmement minces que nous avons imaginées, chacun des carrés infinité-

---

[1] Les machines à écrire les plus usuelles n'utilisent que 84 caractères distincts; le nombre des caractères d'imprimerie dépasse 100 si l'on y tient compte des italiques, des lettres grecques, etc. Il serait d'ailleurs indifférent à nos conclusions de remplacer 100 par 250 ou par 1000.

simaux de 10^{-20} centimètre de côté a un aspect qui se modifie en une brève fraction de seconde; mais même en compliquant encore nos hypothèses, on arrivera à la conclusion que toutes les possibilités qui se trouvent réalisés effectivement dans notre Univers, pendant des milliards de siècles d'éloignement dans le temps et dans l'espace, ne dépassent pas 10^{200}. On arriverait à 10^{300} en faisant varier l'orientation des feuillets plans. Ces nombres sont ridiculement faibles par rapport au nombre 10^{4000} des possibilités idéales que le calcul arithmétique le plus élémentaire nous indique comme pouvant être imaginées sur une seule page imprimée comme celle-ci.

Cette disproportion formidable entre le réel et le possible mérite de retenir notre attention.

Adoptons un système de numération de base 100, dans lequel les 100 chiffres soient représentés précisément par les 100 caractères d'imprimerie, lettres ou signes dont nous avons admis l'existence. Un nombre irrationnel tel que π ou $\sqrt{2}$ se trouvera écrit, dans ce système de numération, en une suite illimitée de pages, dans lesquelles les caractères se succéderont suivant une loi arithmétique que nous ne connaissons pas, mais qui est rigoureusement déterminée par la définition même du nombre considéré. Si ce nombre est ce que j'ai appelé un nombre absolument normal, tous les groupements de caractères sont également probables et, par suite, si l'on pousse assez loin l'écriture de ce nombre, on est certain d'y trouver aussi souvent que l'on veut tous les groupements possibles. En écrivant le nombre π dans ce système de numération, on rencontrera donc, tôt ou tard, la page que je viens d'écrire; on rencontrera également le texte complet des œuvres de Victor Hugo et aussi le texte des journaux qui paraîtront dans un siècle, si toutefois dans un siècle il y a encore des journaux. Tout cela est dans le nombre π, avec bien d'autres choses encore. Seulement, pour le trouver, il ne suffit pas d'avoir une longue patience, jointe à une aptitude vraiment exceptionnelle pour les calculs numériques; il faudrait disposer, pour écrire les caractères successifs qui tiennent lieu de chiffres, de feuilles de papier autrement nombreuses et encombrantes que celles que nous imaginions tout à l'heure, même en supposant ces feuilles encore plus minces et les caractères encore plus petits que nous ne l'avions admis.

Chercher une page réelle comme celle-ci au milieu de toutes les pages possibles est une entreprise singulièrement plus difficile que la recherche d'un atome égaré dans l'Univers. Bien que nous soyons ici dans le fini, ce fini est si grand que les choix y sont aussi irréalisables que le sont ces choix aventureux dans l'infini auxquels M. Zermelo a attaché son nom.

On objectera peut-être à ces considérations qu'il est arbitraire de se limiter à la faible étendue de temps et d'espace qui correspond à quelques milliards de siècles dans le temps et à la distance parcourue par la lumière au cours de ces milliards de siècles dans l'espace. Ceux qui croient à l'infini du temps et de l'espace ont le droit de considérer toute limitation de ce genre comme illégitime; ils peuvent disposer de 10^{1000} siècles comme nous le faisons d'une seconde. Je laisserai ici de côté la question de savoir si l'espace doit être regardé comme infini ou si sa courbure n'entraîne pas une étendue finie, car il me paraît que, lorsque l'on atteint ces milliards de siècles auxquels nous nous sommes limités, on a depuis longtemps déjà dépassé les limites de la science pour nager en pleine métaphysique. Nous n'avons, en effet, aucune raison sérieuse de croire que nos lois physiques et même nos modes de raisonnement sont encore valables dans des régions du temps et de l'espace aussi éloignées de celles qui nous sont accessibles. Des êtres, s'il peut en exister, auxquels nos milliards de siècles apparaîtraient ce que nous apparaissent quelques secondes et auxquels nos milliards de kilomètres feraient l'effet que nous font quelques millimètres, auraient évidemment une autre physique et une autre chimie que la nôtre. Pour atteindre les 10^{1000} siècles, il faudrait imaginer des êtres qui seraient par rapport à ceux-là ce que ceux-là sont par rapport à nous, et ainsi de suite, un grand nombre de fois. L'on arriverait à peine ainsi à créer l'étendue nécessaire pour entasser les 10^{4000} possibilités que le calcul décèle dans une simple page de 2000 caractères d'imprimerie.

Bien entendu, cette étendue nécessaire devrait être accrue encore dans des proportions inimaginables si l'on envisageait la réalisation d'un phénomène fortuit, mais peu probable, à une échelle tant soit peu plus considérable qu'une simple page de 2000 caractères d'imprimerie. Les étendues et les durées croissent exponentiellement lorsque les domaines dans lesquels on supposerait réalisés des phénomènes peu probables croissent linéairement.

La conclusion qui s'impose est que les probabilités qui s'expriment par un nombre inférieur à 10^{-1000} sont non seulement négligeables dans la pratique courante de la vie, mais universellement négligeables, c'est-à-dire doivent être traitées comme *rigoureusement égales à zéro* dans toutes les questions qui concernent notre Univers. Le fait qu'elles ne sont pas effectivement nulles peut éventuellement intéresser le métaphysicien; pour le savant, elles *sont* nulles et les phénomènes auxquels elles se rapportent sont absolument *impossibles*.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la perte de chaleur dans les moteurs à explosion.* Note de M. L. Lecornu.

Le travail $\mathcal{T}$ développé dans un cylindre de moteur à essence, depuis l'instant de l'explosion jusqu'au début de l'échappement, est, d'après le principe de l'équivalence, déterminé par l'équation

$$A\mathcal{T} + \Delta u + q = 0,$$

dans laquelle A désigne l'équivalent calorifique du travail; Δu, la variation de chaleur interne; q, la chaleur évacuée par les parois. En appelant u_0 et u_1 les valeurs, initiale et finale, de u, on peut écrire

$$A\mathcal{T} = u_0 - (u_1 + q).$$

Sous cette forme, on voit que la perte de travail a pour mesure la somme $u_1 + q$. Mais la sortie de chaleur q par les parois a nécessairement pour effet de diminuer la chaleur u_1 inutilisée au début de l'échappement en sorte qu'il y a là une certaine compensation. Jusqu'à quel point s'effectue cette compensation? Telle est la question que je me propose d'examiner.

Avec des parois adiabatiques, q serait nul, d'où

$$A\mathcal{T} = u_0 - u_1.$$

En réalité on a, en accentuant alors $\mathcal{T}$ et u_1,

$$A\mathcal{T}' = u_0 - (u'_1 + q).$$

Le cycle théorique de Beau de Rochas suppose que la combustion est complète dès le départ. Admettons cette hypothèse; alors l'équation caractéristique des gaz parfaits $pv = Rt$ est approximativement applicable (d'autant mieux que le fluide renferme une très forte proportion d'azote) et il vient ainsi, avec les notations usuelles,

$$A\mathcal{T} = A\int_{v_0}^{v_1} p\,dv = AR\int_{v_0}^{v_1} t\frac{dv}{v} = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} t\frac{dv}{v}.$$

De même

$$A\mathcal{T}' = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} t'\frac{dv}{v}.$$

Par suite,

$$(1) \qquad (u'_1 + q) - u_1 = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} (t - t')\frac{dv}{v}.$$

La perte nette par défaut d'adiabaticité est donc mesurée par le second membre de cette dernière équation. Il ne s'agit plus que de calculer l'intégrale

$$S = \int_{v_0}^{v_1} (t - t') \frac{dv}{v}.$$

Dans la détente adiabatique, la température t est égale à la fonction $t_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1}$ du volume v.

Dans la détente réelle, les phénomènes sont extrêmement compliqués. La sortie de chaleur par la culasse, par le piston, par la surface à chaque instant variable du cylindre pourvu d'ailettes échappe à toute analyse. Tout ce qu'on peut affirmer c'est que la température du gaz baisse plus vite que dans la détente adiabatique, et que l'écart va en s'accélérant à mesure que le déplacement du piston augmente la surface refroidissante. Cet écart ne peut cependant devenir bien grand, étant donnée la rapidité de l'allure d'un pareil moteur. On est dès lors fondé à supposer que dans cette détente la température obéit à une loi exponentielle analogue à celle de la détente adiabatique, l'exposant $\gamma' - 1$ étant choisi de façon que la température t'_1 au début de l'échappement concorde avec la température observable. Posons d'après cela $t' = t_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma'-1}$.

L'intégration devient facile. En désignant par n le taux d'expansion $\frac{v_1}{v_0}$, on trouve

$$\frac{S}{t_0} = \frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma' - 1} + \frac{1}{(\gamma' - 1) n^{\gamma'-1}} - \frac{1}{(\gamma - 1) n^{\gamma-1}}.$$

Soit α la petite différence (positive) $\gamma' - \gamma$. En négligeant les puissances de α supérieures à la première, il vient

$$(\gamma - 1)\frac{S}{t_0} = \frac{\alpha}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}\right) - \frac{\alpha \operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1}}.$$

Comme $t_1 = \frac{t_0}{n^{\gamma-1}}$, on peut écrire

$$(\gamma - 1) S = \frac{\alpha (t_0 - t_1)}{\gamma - 1} - \alpha t_1 \operatorname{Log} n.$$

Le même degré d'approximation donne

$$t_1 - t'_1 = \alpha t_1 \operatorname{Log} n,$$

et l'on parvient ainsi à la relation

$$(2) \qquad (u'_1 + q) - u_1 = c(t_1 - t'_1)\left(\frac{1}{\gamma - 1}\frac{n^{\gamma-1} - 1}{\operatorname{Log} n} - 1\right).$$

D'ailleurs

$$u'_1 - u_1 = c(t'_1 - t_1).$$

Donc

$$(3) \qquad q = c(t_1 - t'_1)\frac{1}{\gamma - 1}\frac{n^{\gamma-1} - 1}{\operatorname{Log} n}$$

et

$$(4) \qquad (u'_1 + q) - u_1 = q\left[1 - (\gamma - 1)\frac{\operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1} - 1}\right].$$

On conclut de là que la perte de travail due au refroidissement par les parois est inférieure à $\frac{q}{A}$; il y a un coefficient de réduction :

$$K = 1 - (\gamma - 1)\frac{\operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1} - 1}.$$

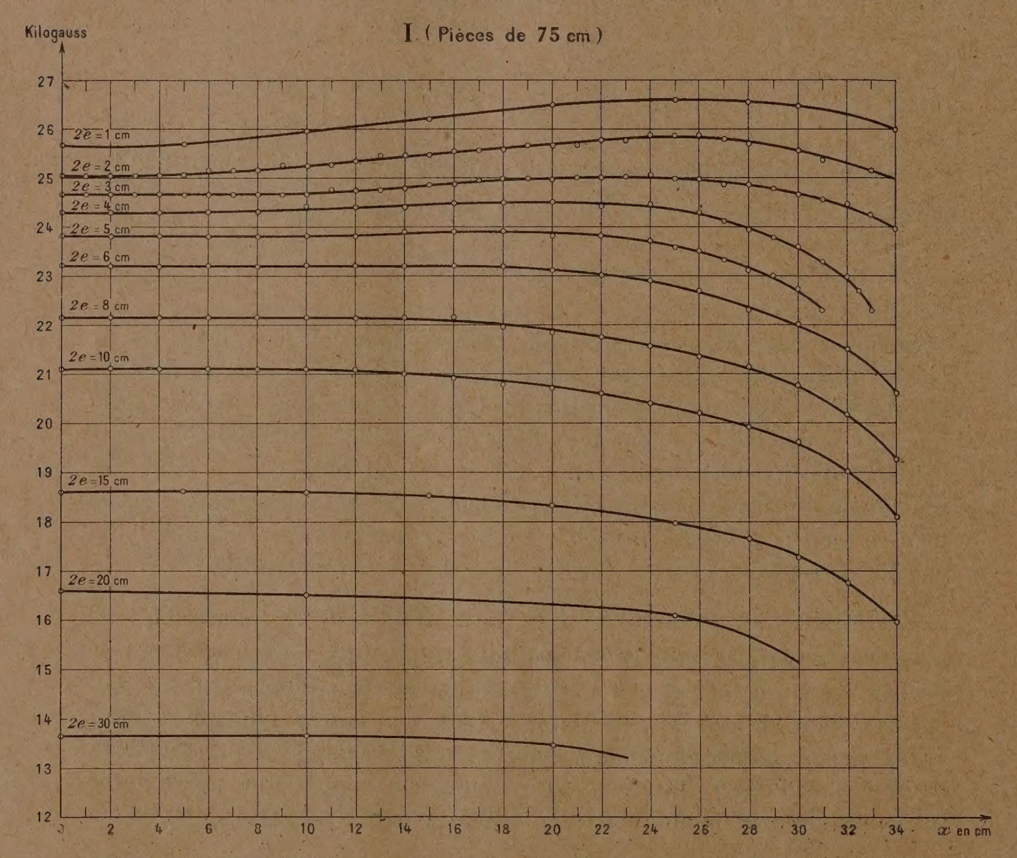
Si l'on prend, par exemple, pour taux d'expansion la valeur $n = 5$, chiffre voisin de ceux que l'on rencontre en pratique, et si l'on attribue à γ la valeur 1,20 qui convient aux gaz brûlés, on trouve $K = 0,81$, en sorte que les $\frac{4}{5}$ seulement de q entrent en ligne de compte. K s'annule pour $n = 1$ (absence de détente), mais alors q est également nul et $t'_1 = t_1 = t_0$. Le moteur ne fournit aucun travail. La valeur de K est croissante avec celle de n, et tend vers l'unité lorsque n augmente indéfiniment. A la limite, la chaleur sortie par les parois constitue une perte sèche de travail.

Remarquons que la formule (3), si l'on y remplace t_1 par $\frac{t_0}{n^{\gamma-1}}$, permet, en mesurant la température de combustion t_0 et la température t'_1 au début de l'échappement, d'évaluer q en fonction du taux d'expansion.

Ces calculs laissent de côté ce qui se passe aux autres temps du cycle : échappement, admission, compression; mais c'est seulement au cours de la détente que règne à l'intérieur du cylindre une température assez élevée pour produire une notable sortie de chaleur à travers les parois.

MAGNÉTISME. — *Champs magnétiques donnés par le grand électro-aimant de Bellevue.* Note [1] de MM. **A. Cotton** et **G. Dupouy.**

Le grand électro-aimant, appartenant à l'Académie des Sciences, que l'un de nous a décrit antérieurement [2] est maintenant en service régulier



à Bellevue, à l'Office National des Recherches scientifiques et des Inventions. Nous avons mesuré les champs qu'il donne et étudié leur topographie,

---

(1) Séance du 10 février 1930.

(2) A. Cotton, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 77. — A. Cotton et G. Mabboux, *Recherches et Inventions*, 9, 1928, p. 421.

pour diverses sortes de pièces polaires, dans les conditions actuelles de fonctionnement; c'est-à-dire en lançant dans les bobines un courant de 400 ampères, courant qu'il est facile de maintenir bien constant en agissant sur l'excitation des dynamos génératrices. La tension aux bornes de l'électro étant de 230 volts, la puissance dépensée dans les bobines est alors 93 kilowatts : on pourra plus tard augmenter le courant circulant dans ces bobines; d'autre part nous rappelons que des bobines supplémentaires permettront d'accroître largement les champs, au prix, il est vrai, d'une dépense d'énergie supplémentaire importante.

Tous les champs ont été mesurés, avec une erreur relative inférieure à 1 pour 100, et souvent à 0,5 pour 100, avec le gaussmètre à lecture directe ([1]); il faut faire exception pour les grandes pièces de 75^{cm} de diamètre entre lesquelles l'instrument ne pouvait pénétrer et qu'on a étudiées avec une bobine exploratrice et un fluxmètre. Dans les graphiques I à IV qui se rapportent aux pièces polaires de révolution, les abscisses représentent les distances, en centimètres, entre l'axe de révolution des pièces polaires et les points, situés dans le plan équatorial, pour lesquelles on donne les valeurs du champ, valeurs exprimées en kilogauss.

Le graphique I se rapporte aux grandes pièces de diamètre $2r$ égal à 75^{cm}, pièces en fer forgé, pour divers entrefers e donnés en centimètres. Ces pièces, épaisses de 15^{cm} ont un diamètre égal à celui de la petite base des noyaux tronconiques.

Les autres graphiques se rapportent tous à des pièces faites avec le ferro-cobalt que M. Charpy avait bien voulu faire préparer spécialement dans ce but.

Le graphique II se rapporte aux pièces plates $2r = 25^{cm}$ (épaisseur sur les bords 5^{cm}) que l'on a étudiées pour quelques entrefers en faisant sortir plus ou moins entre les pôles les cylindres de 25^{cm} de diamètre portant ces pièces. Pour chaque valeur de l'entrefer utilisé il y a une position de ces cylindres pour laquelle le champ mesuré dans le plan équatorial prend une valeur maximum sur l'axe en même temps que ce champ est le plus uniforme; le graphique III indique comment on peut expérimentalement trouver ce maximum.

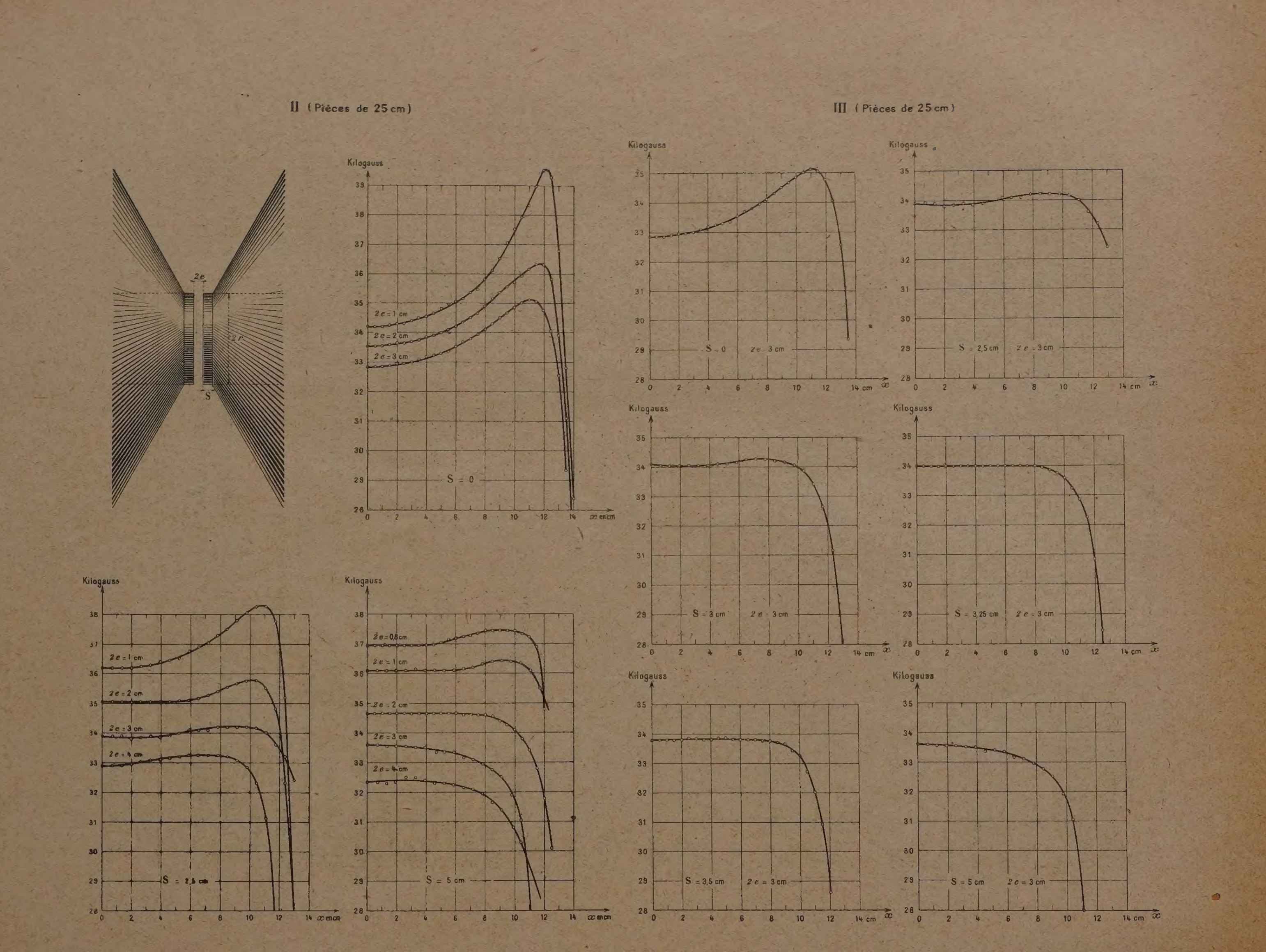
On sera sans doute conduit le plus souvent à se placer dans le cas où ce maximum central est réalisé : remarquons toutefois que déjà, dans

---

([1]) G. Dupouy, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 375.

II (Pièces de 25 cm)

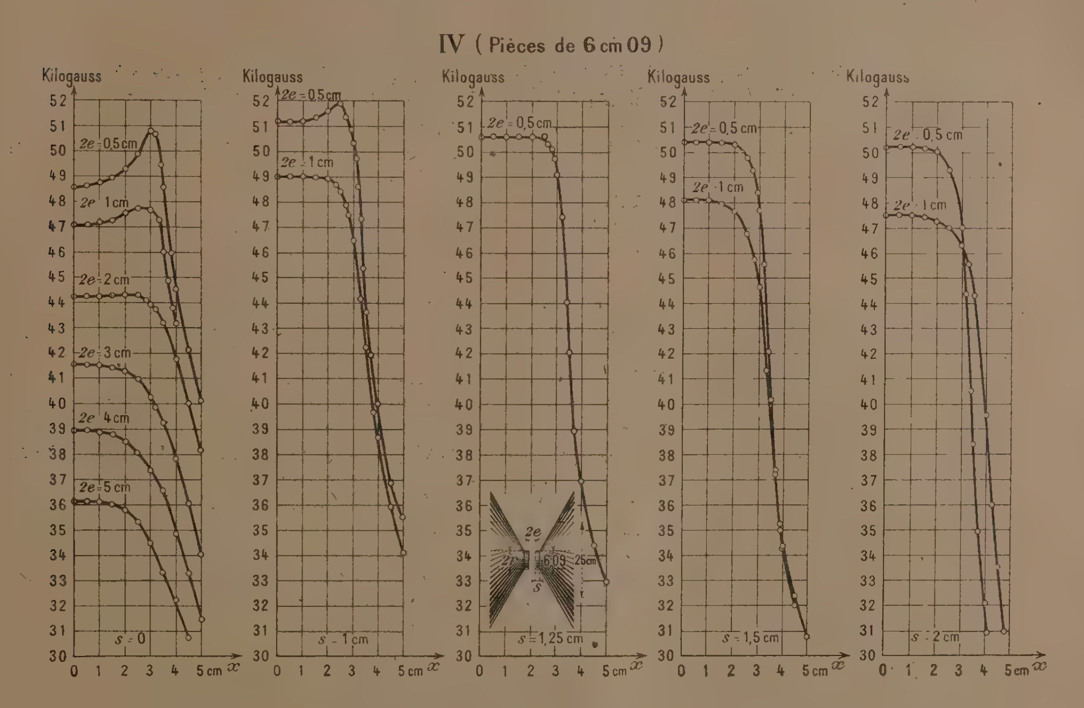
III (Pièces de 25 cm)



les recherches que M. Rosenblum a faites ([1]), et où il avait utilisé précisément ces pièces polaires, il y avait au contraire avantage à utiliser un champ ayant son maximum sur une étendue annulaire.

Le graphique IV se rapporte à des pièces $2r = 6^{cm},09$ (longues de $11^{cm},5$)

IV (Pièces de 6 cm 09)



que l'on a de même fait sortir plus ou moins des cônes polaires. Les pièces tronconiques pour lesquelles $2r = 4^{cm}$ ont donné des champs de 45900, 49900, 51950 gauss aux centres d'entrefers respectivement égaux à 2^{cm}, 1^{cm}, $0^{cm},5$. Celles pour lesquelles $2r = 2^{cm}$ ont donné, pour les mêmes distances, 46350, 52750, 56800. Enfin les pièces ayant un diamètre terminal $2r = 1^{cm}$ ont donné un champ de 59500 pour un entrefer de 5^{mm}, et celles pour lesquelles $2r = 0^{cm},5$, un champ de 60000 pour le même entrefer. Nous n'avons pas fait de mesures précises avec les pièces polaires plus petites $2r = 3^{mm}$ (il est fort rare qu'on ait à les utiliser), mais nous pouvons cependant indiquer qu'en les mettant à une distance de 2^{mm} le champ est très voisin de 70000 gauss.

([1]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1401.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le mécanisme de formation du rubrène : nouvelle synthèse.* Note de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Nicolas Drisch**.

Les procédés décrits jusqu'ici pour la préparation du rubrène (¹) reviennent tous à la décomposition thermique d'un dérivé

$$(C^6H^5)^2CX-C\equiv C-C^6H^5$$

du diphénylphényléthinylcarbinol

$$(C^6H^5)^2COH-C\equiv C-C^6H^5,$$

X représentant dans la première formule soit un ion négatif (éthers-sels du carbinol), soit un alcoxy — OR (éthers-oxydes du carbinol), soit le reste amidogène — NH^2 (amine).

Par leur diversité, ces méthodes ont eu l'intérêt de faire préciser plusieurs points importants de la réaction génératrice du rubrène; mais elles ne pouvaient suffire à elles seules à renseigner sur la transformation qui se produit, car toutes relèvent sans doute d'un même mécanisme. Aussi nous sommes-nous préoccupés d'essayer d'arriver au rubrène par une tout autre voie, en partant d'un composé dont la constitution soit très différente de celle du carbinol acétylénique et des corps qui en dérivent par remplacement de l'oxhydryle.

a. Le nouveau procédé. — Le composé choisi comme matière première a été une cétone éthylénique, la β-phénylbenzalacétophénone,

$$(C^6H^5)^2C=CH-CO-C^6H^5.$$

Si l'on ne considère que la composition centésimale, ce corps ($C^{21}H^{16}O$) ne diffère du rubrène ($C^{42}H^{28}$) que par de l'eau en trop :

$$[(C^6H^5)^2C=CH-CO-C^6H^5]^2=2H^2O+C^{42}H^{28}.$$

La préparation devrait donc consister à enlever deux molécules d'eau à deux molécules de phénylbenzalacétophénone.

Cette élimination ne se produit pas directement : la cétone éthylénique,

(¹) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et P. Dean, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1440. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et J. Robin, *Ibid.*, 188, 1929, p. 1582. — J. Robin, *Ibid.*, 189, 1929, p. 337.

corps très stable, distille sans modification à la pression ordinaire, et résiste à des températures relativement élevées. La méthode indirecte, par les dérivés halogénés, a, tout au contraire, donné le résultat attendu.

La cétone est attaquée, dans des conditions appropriées, par le pentachlorure de phosphore. Il se produit un dérivé halogéné très sensible à l'action de l'humidité, qui l'attaque rapidement avec retour au corps primitif. L'instabilité de cette substance ne nous a pas permis de l'isoler, et l'huile où elle se trouve n'a pas manifesté de tendance appréciable à donner du rubrène par les traitements habituels.

Traitée alors par l'acétate de potassium en solution alcoolique, cette matière s'est transformée, par perte d'acide chlorhydrique, en une autre huile moins altérable à l'humidité, mais susceptible de fournir du rubrène par simple chauffage.

Aucun des termes intermédiaires n'a encore cristallisé, et, par suite, aucun d'eux n'a été isolé. Malgré cela, nous avons réussi à obtenir par ce procédé du rubrène cristallisé et pur, et même, en dernier lieu, à atteindre des rendements de l'ordre de 30 pour 100, calculés à partir de la cétone initiale : c'est donc une véritable méthode de préparation.

b. La nouvelle synthèse n'a rien de commun avec les anciennes. — Il était indispensable, pour les conclusions à tirer, de s'assurer que la nouvelle synthèse était vraiment distincte de l'ancienne et ne se confondait pas avec elle, à partir de l'un des stades de la série des réactions.

On aurait pu concevoir, en effet, que les deux aboutissent à un même terme intermédiaire, à partir duquel elles se seraient trouvées confondues. Les réactions décrites ci-dessus auraient pu donner, par exemple, l'éther chlorhydrique du diphénylphényléthinylcarbinol,

$$(C^6H^5)^2CCl-C\equiv C-C^6H^5,$$

c'est-à-dire le terme de départ de l'ancienne synthèse.

Nous avons recherché ce corps en utilisant, comme réactions très sensibles, sa transformation en deux corps peu solubles : l'éther-oxyde méthylique du carbinol acétylénique [1], et un certain hydrocarbure incolore $C^{42}H^{30}$, que nous avions fait connaître antérieurement [2]. On a essayé en outre

---

[1] Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et C. Mackall, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 934. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et H. Blatt, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 35, 1924, p. 1412.

[2] Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et A. S. Houghton, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 57.

la transformation en éthers-sels du carbinol ([1]). Tous ces essais ayant été négatifs, il en résulte que la nouvelle synthèse ne rejoint pas l'ancienne au terme éther chlorhydrique du carbinol acétylénique.

Quelles que soient d'ailleurs les hypothèses adoptées, si les deux sortes de synthèses se confondaient à un moment donné quelconque, toutes deux devraient passer par le terme chloré intermédiaire décrit récemment ([2]), qui paraît être le dernier rencontré immédiatement avant le rubrène, quand on part de l'éther chlorhydrique. Or ce corps chloré, facile à isoler parce qu'il est peu soluble, ne se forme pas, ainsi que nous l'avons vérifié, dans le présent procédé de synthèse.

La nouvelle préparation ne se ramène donc pas au type des anciennes : elle emprunte un mécanisme différent.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les plantes montagnardes et le Lamarckisme.* Note de M. J. Costantin.

J'ai exposé, en 1927 ([3]), le rôle capital des boutures montagnardes en agronomie tropicale. Je n'ai pas insisté sur un point qui présente de l'intérêt, surtout à l'heure présente, c'est que la technique précédente relève du Lamarckisme le plus caractérisé, puisque la résistance acquise à la maladie découle du *changement de milieu*. Cette résistance ne se maintient que pendant six années environ dans les cultures de plaine.

On ne peut évidemment parler d'hérédité pour un phénomène aussi transitoire. Ce mot convient cependant pour le cas des Cannes sauvages montagnardes. On peut admettre hypothétiquement que la *résistance stable* et *transmissible* observée dans ce cas a été acquise par un séjour sur les hauteurs pendant des siècles. Ces Cannes primitives ont malheureusement une valeur très faible au point de vue de la matière saccharine. On a dû recourir à l'hybridation pour résoudre le problème industriel. On a croisé d'abord entre elles les Cannes nobles de la région équatoriale; si les types ainsi obtenus étaient d'une remarquable richesse en sucre, ils avaient, par contre,

---

([1]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et A. S. Houghton, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 53.

([2]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et J. Robin, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1582.

([3]) *Comptes rendus* 184, 1927, p. 1385; *Ann. Sc. nat. Bot.*, 10e série, 9, 1927, p. 299 à 369.

une très faible résistance à la maladie : aussi pour eux l'emploi des boutures alpestres fut rigoureusement maintenu.

Récemment ([1]), on a fait intervenir dans les croisements les formes sauvages montagnardes; mais on a été obligé de doser presque au compte-gouttes l'influence paternelle alpestre, à cause de la nécessité d'avoir des rendements suffisants en sucre. Les résultats obtenus au point de vue de la récolte sont de premier ordre. Mais doit-on toujours avoir recours aux pépinières d'altitude? Comme les boutures qu'on y prépare coûtent très cher (frais de préparation et de transport à 500 et 1000^{km} de distance), certains agronomes, peut-être imprudents, affirment qu'on peut se dispenser de plus en plus de leur emploi (1929) ([2]). Il sera très intéressant de suivre cette expérience et de voir si le résultat en est favorable. Si oui, on aura ainsi prouvé qu'en infusant une faible proportion de sève montagnarde, on a pu créer une hérédité stable et définitive. Ce serait très important au point de vue du Lamarckisme.

En attendant la réponse, on peut chercher dans l'étude de la vie montagnarde des preuves de cette doctrine.

On les y trouve car les belles études de Bonnier, poursuivies pendant trente ans, ont établi des transformations d'espèces ou de races (linnéon ou jordanon), notamment les changements de plantes annuelles de plaine en plantes bisannuelles ou vivaces de montagne. On pourrait être tenté de regarder ces derniers caractères comme éphémères; mais M. Smith (Hugh, Burnice) a prouvé qu'ils sont d'*ordre mendélien*, donc héréditaires. D'autre part la limite de distribution séparant les espèces annuelles et bisannuelles est une *courbe parallèle aux lignes isoclimatiques* de température (MM. Livingston et Shreve).

Il a été établi d'ailleurs par divers auteurs que des variations inusitées de température (hautes ou basses) modifient le germen, notamment les cellules mères du pollen, tout en laissant intact le pouvoir fécondateur.

Enfin on a mentionné l'apparition de races tétraploïdiques par le froid pour diverses plantes (M. Belling); c'est aussi le cas pour un type arctique de l'*Empetrum nigrum* qui croît jusqu'à 79° de latitude Nord et au Groenland (M. Hagerup).

Ces faits et beaucoup d'autres, en dehors de la question examinée ici, montrent nettement l'action des facteurs extérieurs sur le plasma germinal.

On peut être tenté de penser, d'après cela, que les sciences biologiques viennent de franchir une importante étape.

([1]) En 1926, par M. Jeswiet.

([2]) V. D. Köningsberger, *Planter and Sugar Manufacturer*, 82, x, 1929, p. 181.

ENTOMOLOGIE. — *Quelques observations sur les Papillons saturnioïdes de la famille des Cératocampidés.* Note de M. **E.-L. Bouvier.**

Les Cératocampidés sont des Saturnioïdes exclusivement américains qui donnent à la faune du Nouveau Monde un de ses caractères les plus particuliers. En dépit des recherches auxquelles ils ont été soumis, et malgré la monographie relativement récente que leur a consacrée Packard (*Memoirs nation. Acad. Sciences Washington*, 9, 1905), il s'en faut que des lignes précises servent à délimiter les diverses formes génériques qui la constituent. C'est à combler cette lacune qu'est destinée la présente Note.

Actuellement on reconnaît six genres dans la famille : *Anisota* Hbn., *Syssphinx* Hbn., *Adelocephala* H. S. pour les espèces de petite ou de médiocre taille; pour les grandes *Eacles* Hbn., *Citheronia* Hbn., et, comme je l'ai montré récemment (*Ann. Sc. nat. Zool.*, 12, 1929, p. 248), le genre *Bathyphlebia* Felder qui s'apparente de fort près aux *Eacles*. Ces trois derniers genres sont d'une distinction facile, mais la règle qui les a fait établir me paraît avoir été poussée trop loin ou pas assez; car s'il est vrai qu'avec leurs taches discales ocelliformes et la rayure externe franchement apicale de leurs ailes antérieures, les *Bathyphlebia* ressemblent aux *Eacles*, dont ils se distinguent néanmoins par leurs antennes pectinées jusqu'à la pointe, et non pas seulement dans leur moitié basale, — on devrait séparer semblablement le *Citheronia principalis* Walker des autres *Citheronia* parce qu'il s'en distingue de la même façon, c'est-à-dire par la structure de ses antennes qui sont pectinées jusqu'à la pointe. Il s'en distingue même bien plus que les *Bathyphlebia* des *Eacles*, en ce sens qu'il présente sur chaque aile une rayure externe continue et une rayure interne franche, deux traits qui n'ont pas d'analogues dans les autres *Citheronia*. De sorte qu'en bonne logique il conviendrait de ranger les *Bathyphlebia* parmi les *Eacles* comme on fait des *principalis* un vrai *Citheronia*; ou, à l'inverse, d'établir un genre spécial pour *principalis* comme on l'accepte aujourd'hui pour *Bathyphlebia*.

La première de ces deux propositions me paraît, de beaucoup, la plus raisonnable, parce que le caractère des antennes pectinées jusqu'au bout semble très insuffisant pour caractériser un genre. Dans les *Citheronia*, en effet, le *fenestrata* Rothschild, du Pérou, appartient au même type que *principalis* et, comme lui, s'éloigne des autres *Citheronia* par la tache discale en fente de chaque aile, et la présence, aux ailes antérieures, d'une rangée transverse de fenêtres postdicales; mais les rayures interne et externe de

principalis ont complètement disparu, si bien que, quelle que soit la structure de ses antennes, *fenestrata* établit une transition évidente entre cette dernière espèce et les *Citheronia* les plus typiques. D'ailleurs *principalis* ressemble aux autres *Citheronia* par l'individualisation parfaite du lobe inférieur (*harper*) de la pince génitale et, comme l'a montré Packard, par la structure de ses chenilles. L'isolement générique de *Bathyphlebia* se justifierait beaucoup moins que celui de *principalis;* ce genre, au surplus, ne fut jamais caractérisé par son auteur; il convient de l'identifier avec *Eacles*.

Dans les trois autres genres, le remaniement doit être beaucoup plus profond. D'abord, on ne saurait trouver de caractères qui permettent de séparer les *Adelocephala* des *Syssphinx*, et notamment du *S. molina* Stoll qui servit de type à ce dernier genre. Toutes les tentatives dans ce sens sont restées vaines; en fait, la première de ces dénominations est synonyme de la seconde qui fut proposée trente ans plus tôt par Huebner, et de même que *Bathyphlebia* s'identifie avec *Eacles*, *Adelocephala* doit s'identifier avec *Syssphinx*. Ainsi compris, le genre *Syssphinx* se rapproche des grands Cératocampidés et diffère des autres par ses tibias dépourvus d'épines; il diffère de tous les Cératocampidés, sauf les *Giacomellia* étudiés plus loin, par le front qui est triangulaire, d'ailleurs fort étroit à sa partie inférieure où il se termine par un petit lobe saillant en avant sous un angle droit; les ailes sont généralement ornées de taches discales, mais ces dernières n'affectent jamais la forme d'ocelles, enfin les mors de la pince génitale sont presque toujours réduits à leur lobe moyen et quand ils se prolongent intérieurement en un troisième lobe, celui-ci n'est jamais qu'un étroit talon transverse. Le genre comprend plus de cent espèces qui habitent pour la plupart les régions américaines tropicales et subtropicales.

Tous les autres représentants de la famille sont actuellement réunis sous le nom d'*Anisota*. Mais cet ensemble n'est pas homogène et compte en réalité trois types génériques bien distincts.

Le premier de ces types est représenté par l'*A. rubicunda* Fabr., qui, *sous sa forme adulte*, présente, sans aucune exception, tous les traits caractéristiques des *Syssphinx :* tibias inermes, front étroit à lobe inférieur saillant, taches discales, armature sexuelle du mâle; l'uncus ou dixième tergite de cette dernière est tout à fait autre que celui des *Anisota*, représenté par deux lobes régulièrement ovoïdes, clairs et parallèles, qui contrastent de singulière façon avec les lobes acuminés, noirs et divergents des vrais *Anisota*. Je reviendrai plus loin sur cette curieuse et très intéressante espèce me bornant à dire, en cette place, qu'elle ressemble étonnamment

par sa coloration et son aspect au *S. apollinairei* Dogrien qui en est, à coup sûr, fort éloigné avec son uncus en large palette tronquée, son énorme pénis de contour ovoïde, ses mors sexuels réduits à l'état de simples cuillerons. Il ne faut pas se fier aux apparences!

Le second type embrasse tous les *Anisota* vrais au nombre de dix espèces, lesquelles occupent les États-Unis de l'est, du sud et des régions avoisinantes de l'Amérique centrale. Ici, les caractères sont tout autres que dans les *Syssphinx :* le tibia des pattes antérieures est armé, au bout distal externe, d'une puissante épine, le front est trapézoïde, largement tronqué à son bord inférieur qui fait un peu saillie en avant, l'épiphyse manque toujours aux femelles alors qu'on la trouve dans les deux sexes chez les *Syssphinx;* comme on l'a vu plus haut, l'uncus de l'armature génitale se termine par deux lobes divergents acuminés, les deux mors du clasper enfin se rapprochent longuement en dessous et parfois y chevauchent l'un sur l'autre. Cette structure des claspers tient au développement du lobe inférieur et rapproche quelque peu le genre des *Citheronia ;* mais tandis que, chez ces derniers, le lobe s'individualise, il reste, dans les *Anisota*, largement continu avec le lobe moyen, encore que parfois un léger sillon externe indique la séparation des deux parties.

On range actuellement dans le genre *Anisota* deux espèces argentines, *bilineata* Burm. et *inversa* Giacom. remarquables par leurs ailes antérieures longues et étroites que traverse en arc, de l'apex à la base, une large rayure noire ou blanche. Abstraction faite de la coloration, cela rappelle assez bien le *Syssphinx jucunda* de Walker, d'autant que le front, les épiphyses et l'armature sexuelle du mâle sont établis sur le modèle des *Syssphinx*. Mais combien différentes sont les pattes! Ici, contrairement à ce que l'on observe dans tous les autres Cératocampidés, les tibias des pattes antérieures, et surtout ceux des pattes de la deuxième paire, sont bien plus courts que les tarses, les premiers sont armés de deux fortes épines distales et les seconds de trois, deux internes et l'autre externe. Ces dernières sont plus longues que l'article lui-même qui est dilaté et plus court que le premier article tarsien. C'est un type structural tout particulier qui rappelle quelque peu celui des Saturnides d'Afrique pseudobunéens ; on peut appeler ce genre nouveau *Giacomellia* en l'honneur du savant argentin Giacomelli qui en a fait connaître les curieuses variations.

Il nous faut maintenant revenir sur le *Syssphinx rubicunda* Walker, que l'on range d'ordinaire parmi les *Anisota*. Les chenilles de cette espèce sont totalement semblables à celles des vrais *Anisota ;* elles présentent une paire

de longues épines subdorsales sur le deuxième segment thoracique et une paire d'épines plus courtes, mais bien séparées, sur le dos du huitième segment abdominal; en quoi elles diffèrent des chenilles de tous les autres Cératocampidés, y compris les *Syssphinx*, qui portent une ou deux paires de longues épines subdorsales sur les deuxième et troisième segments thoraciques, et une épine médiane impaire, au lieu de deux subdorsales, sur le huitième segment de l'abdomen. Ainsi le *rubicunda* de Walker est franchement *Anisota* par sa chenille, alors qu'on le trouve *Syssphinx* parfait sous la forme adulte. Il doit être rangé parmi les *Syssphinx* si l'on admet qu'en Systématique la forme définitive l'emporte sur les états larvaires, le point d'arrivée sur le point de départ, celui-ci servant surtout à établir les affinités d'origine.

Et ceci nous mène à chercher le sens suivant lequel ont évolué les Cératocampidés. Parfait *Anisota* sous sa forme larvaire, *Syssphinx* absolument parfait à l'état adulte, *rubicunda* indique manifestement le sens de cette évolution; les chenilles des Cératocampidés se sont modifiées progressivement par deux moyens : la transformation en longues épines d'un nombre plus grand de saillies subdorsales thoraciques et, d'autre part, la fusion en une seule pointe des deux saillies subdorsales les plus voisines de la ligne médiane sur le huitième segment de l'abdomen. En même temps ont dû se différencier les diverses formes d'adultes. *Anisota* est au premier stade à tous les âges, *rubicunda* est resté à ce stade durant la période larvaire mais a évolué en *Syssphinx* en prenant la forme de papillon : les autres Cératocampidés connus à l'état larvaire sont tous à un stade plus avancé, avec les grandes épines subdorsales que présentent leurs chenilles sur les deux derniers segments thoraciques; le sommet de la série évolutive étant occupé par les *Citheronia* qui portent en outre de grandes épines sur le premier anneau du thorax.

Cette direction est manifestement indiquée par l'indépendance complète, dans les chenilles d'*Anisota*, des deux premières épines subdorsales du huitième segment de l'abdomen, et par la mutation évolutive de *rubicunda* qui, franc *Anisota* sous sa forme larvaire, devient à l'état adulte *Syssphinx* typique. Cette dernière et très suggestive observation n'avait jamais été faite que je sache, mais la première était connue de tous, surtout de Packard dont le travail sur les Cératocampidés marque une date historique en Saturniologie. N'est-il pas curieux de constater que le savant biologiste, dans son travail, place les *Syssphinx* (sous le nom d'Adélocéphales), à l'origine de la famille, et en fait dériver tous les autres Cératocampidés à commencer par les *Anisota* (p. 98 de son travail)?

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation de l'isobutanal.* Note (¹) de MM. **V. Grignard** et **Th. N. Iliesco.**

La condensation de l'isobutanal a donné lieu déjà, à de nombreuses recherches qui, cependant, n'ont permis d'en préciser ni les conditions ni les résultats. En particulier, le produit le plus immédiat de cette condensation, le diisobutanal n'a pu encore être obtenu dans un état de pureté suffisante pour permettre d'établir ses caractéristiques.

L'un de nous ayant institué, depuis longtemps déjà (²) une méthode d'aldolisation nettement supérieure aux méthodes antérieures, il était intéressant d'en étudier l'application à l'isobutanal qui doit, sans doute, à sa constitution particulière (CH en α) de donner lieu très facilement à la superposition des réactions de Wurtz et de Cannizarro-Tischtchenko.

On conçoit quelles difficultés expérimentales peuvent en résulter.

Les recherches que nous avons entreprises sur ce sujet complexe ont été exposées en détail (³); nous voulons simplement en souligner ici les points essentiels.

I. La condensation de l'isobutanal sur lui-même, suivant la méthode signalée (*loc. cit.*), donne l'aldol seul, à partir d'environ — 15° et au-dessous.

On refroidit, à cette température, un mélange de 100^{g} d'isobutanal pur et de 100^{cm^3} d'éther officinal, puis on y ajoute, d'un seul coup, 50^{cm^3} de KOH caustique, à 15 pour 100, également refroidie. On agite énergiquement, pendant un quart d'heure, en maintenant cette température. On décante immédiatement, on lave la potasse à l'éther, on purifie les solutions éthérées, réunies, on sèche et l'on rectifie.

Le diisobutanal (triméthyl-2-2-4 pentanol-3 al-1) est ainsi obtenu (⁴) avec un rendement net de 60-61 pour 100. C'est un liquide incolore, visqueux, d'odeur forte et caractéristique qui bout à 79°, sous 6^{mm}, et à 95-96°, sous 14^{mm}. Quand on essaie de le distiller à la pression ordinaire, il commence à se décomposer au-dessus de 120°, et se dédouble intégralement, vers 150°, en isobutanal :

$$d_{16}^{16} = 0,954; \quad n_D^{16} = 1,44717; \quad \text{d'où} \quad \text{R.M.} = 40,47 \text{ (calculé 40,63).}$$

(¹) Séance du 24 février 1930.

(²) V. Grignard et J. Reif, *Bull. Soc. chim.*, **1**, 1907, p. 114. — V. G. et P. Abelmann, *Ibid.*, **7**, 1910, p. 638. — V. G. et A. Vesterman, *Ibid.*, **37**, 1925, p. 425.

(³) Voir *Thèse de Doctorat ès sciences physiques* de Th. N. Iliesco, Lyon, 1929.

(⁴) Il avait été obtenu pour la première fois, mais en quantité infime, par G. Urbain (*Bull. Soc. chim.*, **13**, 1895, p. 1048).

Il est très soluble dans l'éther et l'alcool, très peu soluble dans l'eau. Il recolore le réactif de Schiff et réduit le nitrate d'argent ammoniacal. Nous n'avons pas réussi à préparer sa semicarbazone, mais nous avons obtenu son oxime qui bout à 136-137°, sous 14^{mm}, et sa phényluréthane qui cristallise dans l'éther de pétrole en petits cristaux rosés, fusibles à 63°.

Le diisobutanal s'épaissit, peu à peu, en vieillissant et devient très visqueux; mais nous n'avons pas observé sa cristallisation comme Max Brauchbar [1] qui a trouvé : F = 96°,5-97°, avec la formule brute $(C^8H^{16}O^2)^2$. Chose curieuse, cette dimérisation semble résulter d'une condensation Canizzaro-Tischtchenko. En effet, l'aldol frais a un indice de saponification (IS) nul; sur un échantillon datant de quelques mois, nous avons trouvé : IS = 100, et au bout de 14 mois : IS = 144,9; la théorie pour le dimère éther-sel serait 194,4. Les poids moléculaires s'accordent d'ailleurs avec ces résultats.

II. Quand on effectue la condensation de l'isobutanal au voisinage de + 10°, avec 40^{cm^3} de potasse caustique, à 15 pour 100, ajoutés en plusieurs fois et en agitant, on obtient uniquement l'éther-sel trimère, avec un rendement de 52 pour 100, en produit pur. Il bout à 104-106°, sous 6^{mm}; c'est un liquide visqueux, d'odeur forte et de saveur brûlante. IS = 259,3 (calculé 262,96)

$$d_{20}^{20} = 0952, \quad n_D^{20} = 1,44847, \quad \text{d'où} \quad \text{R. M.} = 60,57 \text{ (calculé 60,73)}.$$

Par saponification, il donne le triméthyl-2-2-4 pentanediol-1-3, déjà obtenu directement par plusieurs chimistes, en condensant par un alcali, sans éther. Il nous a donc suffi de l'identifier, sa constitution ayant été établie par Lieben [2]. Il bout à 234°, sous 737^{mm}, et fond à 50°,5.

$$d_{15}^{15} = 0,937, \quad n_D^{15} = 1,45127; \quad \text{d'où} \quad \text{R. M.} = 41,96 \text{ (théorique)};$$

son éther diacétique bout à 141-142°, sous 20^{mm} : $d_{18}^{18} = 0,972$, $n_D^{18} = 1,43332$.

III. Le phénomène est en réalité plus complexe qu'il ne nous est apparu jusqu'ici.

En vue de déshydrater le diisobutanal, nous avons étudié l'action d'une trace d'iode, celle de l'acide oxalique, et reconnu, enfin, que le meilleur procédé était l'action de la potasse concentrée, vers 28-30°, selon la technique de V. Grignard et P. Abelmann (*loc. cit.*). Le rendement net

---

(1) *Monatsh.*, **17**, 1896, p. 637. Cet auteur ne dit pas au bout de combien de temps son dimère a critallisé.

(2) *Monatsh.*, **17**, 1896, p. 69.

n'a été cependant que de 35 pour 100 en triméthyl-2-2-4 penténal-3-1) ([1]).

Cet aldéhyde a été obtenu par Fossek ([2]), par condensation directe de l'isobutanal au moyen de l'acétate de soude, à 150°.

Il bout à 61-62°, sous 14^{mm}, et à 149-150°, sous la pression ordinaire :

$$d_{16}^{16} = 0,871, \quad n_D^{16} = 1,44707, \quad \text{d'où R. M.} = 38,72 \text{ (calculé 38,66)};$$
$$\text{Ind. Br (Rupp-Brachmann)} = 121 \text{ (calculé 127)}.$$

En outre, dans les portions supérieures de cette préparation, nous avons pu isoler en petite quantité un dimère et un trimère du diisobutanal, sous forme de liquides très visqueux.

Le dimère (P. M. trouvé, 283, au lieu de 288) bout à 127-130°, sous 8^{mm}; le trimère (P. M. trouvé, 427, au lieu de 432) distille à 156-162°, sous 8^{mm}. Ils ne fixent pas Br et, pour l'un et l'autre, l'indice de saponification est nul; le nouveau dimère est donc de constitution complètement différente de celui qui prend naissance spontanément. Pour tenir compte de leurs points d'ébullition relativement bas, nous avons été conduits à admettre que ces corps sont des acétals cycliques :

```
        CH³   OH    CH³                 CH³  OH    CH³
         |     |     |                   |    |     |
CH³ — CH — CH — C — CH<O>CH — C — CH — CH — CH³,
                     |      O            |
                    CH³                 CH³

CH³ — CH — CH ———— C ———— CH — O
      |     |     / |        /    \           CH³        CH³
     CH³   OH  CH³ CH³      /      \           |          |
                           O        CH — C — CH — CH — CH³.
     CH³   OH  CH³ CH³      \      /         |    |
      |     |     \ |        \    /         CH³  OH
CH³ — CH — CH ———— C ———— CH — O
```

On pouvait penser que le second dimère était une phase intermédiaire de la transformation du diisobutanal en éther-sel, mais nous n'avons pas réussi à réaliser l'isomérisation de ce second dimère dans le premier.

Nous avons essayé d'obtenir plus abondamment le second dimère en condensant le diisobutanal, à — 15°, par la potasse à 15 pour 100. Le résultat était inattendu. Il y a, en effet, dédoublement partiel du diisobutanal en isobutanal, lequel subsiste, partiellement, à l'état libre, tandis que le reste se

([1]) Cette formule est la plus plausible, mais on peut envisager aussi la possibilité de la double liaison-2, avec transposition d'un CH^3.

([2]) *Monatsh.*, 2, 1881, p. 616.

condense avec le diisobutanal libre sous forme d'éther-sel, isobutyrate-1 du triméthyl-2-2-4 pentanediol-1-3, déjà décrit plus haut.

IV. Nous avons été conduits à reprendre l'étude de la condensation de l'isobutanal par la potasse caustique, soit en solution à 50 pour 100, soit à l'état solide, sans solvant, pour comparer aux résultats de F. Kirchbaum ([1]) qui annonce la formation régulière d'éther-sel trimère et d'aldol (bouillant d'ailleurs 20° trop haut), en proportions variables, suivant les conditions expérimentales. Nous ne sommes nullement d'accord avec cet auteur.

En introduisant, sous refroidissement, 25^g de KOH en pastilles dans 100^g d'isobutanal et conservant le contact pendant trois jours à la température ambiante, en agitant de temps à autre, nous avons obtenu :

1° Un liquide distillant à 151-153° sous 34^{mm} (rendement 63 pour 100), dont IS = 0, qui réduit le nitrate d'argent ammoniacal et fixe le brome (trouvé, d'après Rupp et Brachmann, Ind. Br = 80,03, calculé 80,71). L'analyse et le P. M. s'accordent très bien avec la formule $C^{12}H^{22}O^2$:

$$d_{23}^{23} = 0,903, \qquad n_D^{23} = 1,45207; \qquad \text{d'où} \qquad \text{R. M.} = 58,9 \text{ (calculé } 58,6\text{)};$$

2° Un autre liquide assez visqueux qui répond nettement à la formule $C^{12}H^{24}O^3$ et dont les propriétés essentielles ne diffèrent des précédentes qu'en ce qu'il ne fixe pas Br. Il bout à 188-189° sous 34^{mm} (rendement 29 pour 100). Il n'y a guère de doute que ce second corps soit l'aldoglycol résultant de la condensation aldolique de 3^{mol} d'isobutanal

$$(CH^3)^2CH - CHOH - C(CH^3)^2 - CHOH - C(CH^3)^2 - CHO,$$

et que le premier corps soit son produit de déshydratation dont la seule formule possible est $(CH^3)^2C = CH - C(CH^3)^2 - CHOH - C(CH^3)^2 - CHO$, sauf le cas d'une transposition d'un CH^3 que nous n'avons pas examiné. Nous ne pouvons, non plus, pour l'instant, préciser si cette déshydratation précède ou suit la condensation de la troisième molécule d'isobutanal.

Enfin, en condensant par KOH à 50 pour 100, nous avons séparé les corps suivants : l'aldéhyde éthylénique en C^8, l'éther-sel trimère, l'aldol éthylénique précédent, $C^{12}H^{22}O^2$, et des traces d'un produit distillant à 169-175° sous 18^{mm} et que nous n'avons pu identifier.

([1]) *Monatsh.*, 25, 1903, p. 249.

NOMINATIONS.

M. **M. d'Ocagne** est adjoint à la délégation qui représentera l'Académie à la célébration du *bimillénaire de Virgile*, le 25 mars prochain.

ÉLECTIONS.

M. **Raffaele Nasini**, par 42 suffrages contre 3 à M. *A. F. Holleman* et 3 à M. *S. P. L. Sörensen*, est élu Correspondant pour la section de Chimie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1930, ouvert en la séance du 24 février, est clos en celle du 3 mars.

51 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Hamy, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Drach.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *Boileau*, *Henri de Parville*. — MM. Émile Picard, Appell, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Goursat, Mesnager, Drach, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, d'Ocagne.

III. Astronomie : *Prix Lalande*, *Valz*, *Janssen*, *Guzmann*, *La Caille*, *fondation Antoinette Janssen*. — MM. Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Lebesgue, Esclangon, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Cotton, Fichot.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau*, *Gay*, *fondation Tchihatchef*, *prix Binoux*. — MM. Douvillé, Mangin, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Termier.

V. Navigation : *Prix du Ministère de la Marine, Plumey.* — MM. Émile Picard, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier, Charcot, Drach, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Borel.

VI. Physique : *Prix La Caze, Hébert, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Émile Picard, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Perrin, Cotton, M. de Broglie, Ch. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Borel.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Schlœsing, A. Lacroix, Le Chatelier, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon, Delépine.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, M. de Broglie.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, Joseph Labbé.* — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Mangin, Termier, L. de Launay, Sabatier, Cayeux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, Cotton.

IX. Physique du globe : *Prix Victor Raulin.* — MM. Deslandres, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Lallemand, Bourgeois, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Branly, Ferrié.

X. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy.* — MM. Bouvier, A. Lacroix, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Gabriel Bertrand, Molliard, Blaringhem.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Viala.

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Da Gama Machado, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XII. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Dusgate, Bellion, Larrey, Dutens, Charles Mayer.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette, Achard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, Gravier.

XIII. Physiologie : *Prix Montyon, La Caze, Pourat, Martin-Damourette,*

Philipeaux. — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Richet, Quénu, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Achard.

XIV. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Gravier, Vincent, Calmette, Achard.

XV. STATISTIQUE : *Prix Montyon.* — MM. Émile Picard, Appell, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Drach.

XVI. HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES : *Prix Binoux.* — MM. Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Richet, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Caullery, Achard.

XVII. OUVRAGES DE SCIENCE : *Prix Henri de Parville, Jeanbernat-Doria.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Gravier, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, Dangeard, M. d'Ocagne.

XVIII. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix.

XIX. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, Mme Victor Noury.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Bouvier.

XX. *Prix fondé par l'État* (*Grand prix des Sciences mathématiques*). — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lebesgue, Drach.

XXI. *Prix Bordin.* — MM. Roux, Bouvier, Schlœsing, A. Lacroix, Douvillé, Dangeard, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, Molliard.

XXII. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Caullery.

XXIII. *Prix Vaillant.* — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Termier, Joubin, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Dangeard.

XXIV. *Prix Le Conte.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXV. *Prix Houllevigue.* — MM. Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Lecornu, Borel, Brillouin.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Lebesgue.

XXVI. *Prix Parkin.* — MM. Roux, A. Lacroix, Bigourdan, Douvillé, Termier, Richet, Mesnil.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Cayeux.

XXVII. *Prix Saintour.* — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Marchal, Dangeard, Mesnil.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval et Mangin.

XXVIII. *Prix Jules Mahyer.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Dangeard, Mesnil, Caullery.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, Termier.

XXIX. *Prix Lonchampt.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Richet, Leclainche, Gabriel Bertrand.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, Vincent.

XXX. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Kœnigs, Borel, Perrin.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Deslandres, Bertrand.

XXXI. *Prix Caméré.* — MM. Vieille, Le Chatelier, Lecornu, Kœnigs, Mesnager, d'Ocagne, Séjourné.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Drach.

XXXII. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXIII. *Prix Helbronner-Fould.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Blondel, Janet, Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, Desgrez, Séjourné, Charcot, Helbronner, Le Bel.

XXXIV. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Émile Picard, Appell, Bigourdan, Villard, Lecornu, Kœnigs, M. d'Ocagne.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lallemand, Borel.

XXXV. *Fondation Le Chatelier.* — MM. Le Chatelier, Charpy, Lumière, Laubeuf, Claude, Guillet, N....

XXXVI. *Fondation Pierre Lafitte.* — MM. Bigourdan, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Ferrié, Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, Fabry.

XXXVII. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gravier, Calmette.

CORRESPONDANCE.

M. **Augustus Love**, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Jean Rey** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des *Applications de la science à l'industrie* par le décès de M. *A. Rateau.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Isaac Robert's *Atlas of 52 Regions, a Guide to Herschel's Fields* (avec texte anglais et texte français). *Edition commemorating Isaac Robert's Centenary* (1829-1904), by Mrs Isaac Roberts, née Dorothea Klumpke.

2° *L'Observatoire de Zi-Ka-wei*, par P. Lejay.

3° *La théorie de la relativité et la mécanique céleste*, Tome II, par Jean Chazy. (Présenté par M. Borel.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques propriétés des cercles.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

1. La représentation classique du cycle général C de l'espace euclidien à trois dimensions par ses foyers F', F'' suggère quelques remarques simples. Chaque foyer intervient surtout comme cône isotrope ; or pour un cône, il est essentiel d'avoir, outre le sommet, une directrice. Choisis-

sons donc un trièdre de référence $Oxyz$; nous prenons pour images *prime* et *seconde* du cycle C les cercles C′ et C″ d'intersection par le plan Oxy des cônes isotropes F′, F″, ces cercles étant orientés ainsi : nous adoptons dans Oxy un tétracycle orthogonal de référence; un cercle γ de Oxy est défini par ses quatre coordonnées homogènes m_1, m_2, m_3, m_4; transformer γ en cycle orienté revient à choisir une racine m_5 de l'équation $m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2 = 0$, de sorte que le changement de m_5 en $(-m_5)$ donne le cycle opposé au précédent; le rayon de γ est défini par l'égalité

$$\rho = im_5 : \sum_1^4 \frac{m_k}{R_k},$$

R_k étant le rayon du cycle k de référence dans Oxy; on peut convenir de prendre pour foyer *prime* de γ celui qui a pour cote $i\rho$; nous orientons C′ (ou C″) de façon que le foyer *prime* de ce cycle soit F′ (ou F″). On voit aussitôt que la donnée de deux cycles associés de Oxy, l'un *prime*, l'autre *seconde*, détermine un cycle C et un seul et que deux cycles opposés de l'espace sont tels que l'image prime de chacun est l'image seconde de l'autre. Comme cas particulier un cycle γ de Oxy a pour image prime lui-même, pour image seconde le cycle opposé. Si nous nous bornons aux cycles réels, on peut se borner à indiquer les diverses images *primes*, les images *secondes* s'en déduisant en prenant les éléments conjugués (avec une précaution facile à apercevoir pour l'orientation).

2. Deux cycles *paratactiques* C, C_1 donnent des images C′ et C'_1 *tangentes*, des images C″ et C''_1 *tangentes*, et *réciproquement*. Deux cycles *antitactiques* sont tels que C′ et C''_1 soient des cycles tangents et de même C″ et C'_1; deux cycles *conjugués* sont tels que chaque image de l'un soit tangente aux deux images de l'autre, et réciproquement; pour que deux cycles soient cosphériques, il est nécessaire et suffisant qu'ils possèdent un cercle conjugué commun (dont les foyers sont les points d'intersection des cycles primitifs), donc que le total des quatre images admette deux cycles tangents; sur chacun des cycles tangents communs, le rapport anharmonique des points de contact donne l'angle d'intersection. Ces résultats expliquent pourquoi à chaque image *seconde* j'associe son foyer *prime* et non *seconde*. Les ∞^2 cycles *réels* d'une congruence paratactique *réelle* orientée ont pour images *primes* les cycles de Oxy ayant *un même élément de contact commun*: la géométrie des ∞^6 congruences paratactiques réelles de l'espace est donc ramenée à celle des ∞^3 éléments de contact (*complexes*) du plan Oxy. Un exemple simple est fourni par les ∞^2 congruences paratactiques réelles (de l'une ou l'autre espèce) appartenant à une même sphère Σ de centre réel et rayon imaginaire pure, ou les ∞^3 cycles réels

orthogonaux à cette sphère Σ; considérons dans Oxy le *cycle* σ dont le foyer prime est le centre de Σ, puis le *cercle* σ_1 d'intersection de Σ par Oxy; une tangente *orientée* au cycle σ, réunie à l'un ou l'autre de ses points de rencontre avec σ_1 donne l'élément de contact *prime* caractéristique de l'une ou l'autre de deux congruences d'espèce opposée; deux éléments de contact primes d'espèce opposée (réunis aux éléments secondes conjugués) déterminent un seul cycle orthogonal à Σ.

3. La transformation conforme réelle de l'espace change un cycle C réel en un nouveau cycle $\overline{C}$ réel. Mais on peut concevoir que l'espace *prime* des F' soit soumis à une transformation conforme imaginaire dépendant de 10 paramètres *complexes*, c'est-à-dire de 20 paramètres *réels*, et que l'espace *seconde* des F'' soit soumis à la transformation conforme imaginaire conjuguée. Ceci change un cycle réel C en un nouveau cycle encore réel $\overline{C}$, deux cycles paratactiques C, C_1 en deux nouveaux cycles paratactiques $\overline{C}$, $\overline{C_1}$; mais le caractère antitactique se perd; deux cercles conjugués deviennent simplement paratactiques et deux cercles sécants cessent d'être sécants. Une transformation *réelle* particulière qui change un cycle réel en un nouveau cycle réel s'obtient comme résultante d'une transformation ponctuelle sur l'espace complexe (F') et de la transformation conjuguée sur F''; si de plus le caractère paratactique se conserve, la transformation sur (F') doit remplacer une droite isotrope par une droite isotrope et il est assez vraisemblable que les seules transformations conformes satisfont à cet ensemble de conditions.

4. Il est assez curieux de voir que d'une part les 4 paramètres *réels* dont dépend chaque cycle orthogonal à une inversion négative peuvent être *dissociés* en deux groupes de 2 paramètres réels, *chaque groupe étant manipulé sans liaison avec l'autre*, et que d'autre part nous ayons trouvé une autre image où ces 4 paramètres sont remplacés par 2 paramètres *complexes*. Il serait intéressant de décider si, oui ou non, on peut dissocier aussi les 6 paramètres du cycle général en deux groupes de 3 paramètres réels, ou si l'on doit se limiter à la transformation en 3 paramètres complexes donnée ici : en tout cas notre méthode transforme un problème par une nouvelle synthèse des éléments constitutifs du cycle; or un cas particulièrement avantageux est fourni par les questions relatives aux cycles du plan qui peuvent être traitées sans se préoccuper de la *réalité*; M. Tzitzéica [1]

---

[1] *Bulletin de Mathématiques et de Physique de l'École Polytechnique de Bucarest*, 1, 1929, p. 17-21.

a démontré la belle propriété suivante : *soient dans un plan* P *un cycle* ω *et* 4 *cycles* C_1, C_2, C_3, C_4 *tangents à* ω; C_2, C_3, C_4 *admettent un cycle tangent commun* C_1 *autre que* ω; *on définit de même* C_2, C_3, C_4; *en général les quatre cycles* C_1, C_2, C_3, C_4 *ne sont pas tangents à un même cycle;* C_2, C_3, C_4 *admettent alors un second cycle tangent commun* $\overline{\overline{C}}_1$ *autre que* C_1, *les quatre cycles* $\overline{\overline{C}}_1$, $\overline{\overline{C}}_2$, $\overline{\overline{C}}_3$, $\overline{\overline{C}}_4$ *sont tangents à un même cycle* Ω. Cette propriété s'applique donc aux cycles de l'*espace* en remplaçant le mot *tangent* par *paratactique*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la cartographie, dans* E_3, *d'intégrales triples à champs déformés dans* E_4. Note de M. A. **Buhl**.

J'ai déjà publié des développements étendus (¹) sur le passage de l'identité

$$(1)\qquad \int\int_s X\,dY\,dZ = \int\int\int_w dX\,dY\,dZ$$

à la formule électromagnétique maxwellienne et génératrice de la Gravifique

$$(2)\qquad \int\int_s M_{ij}\,dx_i\,dx_j = -\int\int\int_W \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} & \dfrac{\partial}{\partial x_4} \\ M_{1\omega} & M_{2\omega} & M_{3\omega} & M_{4\omega} \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} d\varpi.$$

Ici, comme plus loin, tout indice figurant deux fois dans un terme monome est indice de sommation.

Je viens de m'occuper d'un problème inverse qui consiste à partir d'une intégrale triple quelconque

$$(3)\qquad \int\int\int_V \Phi(X, Y, Z, T)\,d\tau,$$

où V est une portion de V_3 déformée dans E_4, et à *cartographier* (3) sur l'espace E_3 ordinaire. Ce problème, comme tous les problèmes cartographiques analogues, est d'abord indéterminé, mais on a, en ce qui suit, une

---

(¹) A. Buhl, *Formules stokiennes* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 16. 1926).

méthode remarquable, appuyée sur une variante (5) de (2) et possédant la simplicité intuitive d'une construction géométrique.

Dans (2), où nous avons $M_{ij} = - M_{ji}$, faisons

$$M_{23} = N x_1, \qquad M_{31} = N x_2, \qquad M_{12} = N x_3,$$

les M_{ij} à indice 4 étant nuls. Soit $N(x_1, x_2, x_3, x_4)$ fonction homogène d'ordre -3. Alors des calculs simples transforment (2) en

$$(4) \qquad \int\int_S N(x_1\, dx_2\, dx_3 + x_2\, dx_3\, dx_1 + x_3\, dx_1\, dx_2) = -\int\int\int_W \frac{\partial N}{\partial x_4} \alpha_i x_i\, dw.$$

Par permutations circulaires et addition, on a symétriquement

$$(5) \qquad \int\int_S \begin{vmatrix} dx_1 & dx_2 & dx_3 & dx_4 \\ dx_1 & dx_2 & dx_3 & dx_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ N_1 & -N_2 & N_3 & -N_4 \end{vmatrix} = 2\int\int\int_W \frac{\partial N_k}{\partial x_k} \alpha_i x_i\, dw.$$

Ce déterminant n'est pas nul, malgré ses deux lignes identiques, car $dx_i\, dx_j$ change de signe par permutation des facteurs. De tels déterminants ne sont d'ailleurs pas sans analogies avec les matrices de la théorie quantique.

Revenons maintenant à l'intégrale (3). La variété V, en coordonnées homogènes, aura pour équation

$$(6) \qquad F\left(\frac{X}{U}, \frac{Y}{U}, \frac{Z}{U}, \frac{T}{U}\right) = 0$$

ou, en résolvant par rapport à U et faisant $U = 1$,

$$f(X, Y, Z, T) = 1$$

avec f homogène d'ordre 1. A l'élément d'étendue $d\tau$, sur V, on peut faire correspondre, par projection conique de sommet O, un élément analogue dw sur une variété auxiliaire W. On a aisément

$$d\tau = f^{-4}(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2 + f_t^2)^{\frac{1}{2}}(\alpha_i x_i)\, dw.$$

Dans ce $d\tau$, tout ce qui dépend de f est homogène d'ordre -4. Avec f désignant $f(x, y, z, t)$ et avec ce $d\tau$, (3) peut s'écrire

$$(7) \qquad \int\int\int_W \Phi\left(\frac{x}{f}, \frac{y}{f}, \frac{z}{f}, \frac{t}{f}\right) d\tau,$$

ce qui est identifiable, *moyennant une quadrature pour l'obtention de* N, avec

le second membre de l'égalité (4) dont le premier membre revient à celui de (1) sur la variété $3N+1=0$.

Ainsi une sorte de projection conique, de sommet O, permet de passer du champ V de (3) au champ W de (7) de telle manière que ce champ W, projeté orthogonalement sur l'espace ordinaire, détermine en celui-ci un volume ordinaire pouvant servir de mesure à la valeur de (3).

Un cas particulièrement intéressant correspond à $\Phi=1$. Alors (3) est un *volume* déformé en E_4 mais finalement cartographié en E_3 *avec conservation*. La construction inverse permet d'étendre, sur des V_3 de E_4, des volumes donnés à l'avance en E_3 de même, par exemple, qu'une *construction* déjà étudiée [1] permet d'étendre, sur des quadriques ordinaires, des aires planes assignées. Cette dernière comparaison montre que nous sommes toujours dans des généralisations de questions jadis étudiées par Georges Humbert.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une propriété topologique caractéristique des courbes de Jordan sans point double.* Note de M. **A. Marchaud**, présentée par M. Émile Borel.

1. Une propriété intuitive des courbes sans point double de la Géométrie élémentaire est celle-ci : on peut entourer chaque point d'une telle courbe d'une petite surface fermée la rencontrant en deux points. Il y a exception pour les extrémités lorsque la courbe est ouverte; la surface coupe alors en un seul point. Si l'on veut débarrasser cet énoncé de la notion de surface, on dira : tout point de la courbe est intérieur à un petit domaine dont la frontière contient au plus deux points de la courbe. Il m'a paru intéressant de signaler qu'on a là une propriété caractéristique des courbes de Jordan sans point double. On peut en effet démontrer le théorème suivant :

Pour qu'un continu, placé dans un espace euclidien à n dimensions, soit une courbe de Jordan sans point double, il faut et il suffit que chacun de ses points soit intérieur à un domaine aussi petit qu'on veut [2], *sur la frontière duquel le continu possède au plus deux points.*

---

[1] A. Buhl, *Géométrie et Analyse des Intégrales doubles* (Collection *Scientia*, n° 36, 1920, p. 32).

[2] Un domaine est un ensemble ayant un point intérieur; il est « aussi petit qu'on veut », si tous ses points sont intérieurs à une sphère de rayon arbitrairement petit.

2. La condition précédente n'est pas intrinsèque, comme celles de MM. Hahn, Mazurkievicz, Sierpinski, pour les courbes de Jordan quelconques, et celle de M. Alexandroff, pour les courbes fermées sans point double [1]. Mais, à certain point de vue, c'est un avantage. On conçoit en effet qu'il soit possible d'obtenir, pour la courbe, des propriétés particulières, lorsque les domaines satisfont à certaines conditions de régularité. Par exemple, si l'on peut prendre pour domaines, relatifs à chaque point, toutes les sphères centrées sur ce point et de rayon moindre qu'une longueur fixe, le continu est une courbe rectifiable.

De plus, si la condition fait intervenir les relations du continu avec les points de l'espace environnant, ceux-ci peuvent être considérés seulement dans un voisinage aussi étroit qu'on voudra du continu. Ajoutons qu'elle est valable dans des espaces plus généraux que les espaces euclidiens.

3. La première partie du théorème se démontre aisément.

Soient (L) une courbe de Jordan sans point double, M un de ses points, ρ une longueur donnée. Supposons, par exemple, M distinct des extrémités si la courbe est ouverte. La démonstration serait analogue dans le cas contraire. On peut trouver un arc partiel $\widehat{AB}$ de (L), ayant M à son intérieur et tel que tous ses points soient à une distance de M moindre que $\frac{1}{2}\rho$. Désignons par (F) l'ensemble $\widehat{AB} - A - B$. (L) — (F) se compose de un ou deux continus. La distance λ d'un point quelconque P de (F) à (L) — (F) est différente de zéro, puisque (L) est sans point double. Soit alors S_P la sphère de centre P et de rayon δ $\left(\delta \leqq \frac{1}{3}\rho,\ \delta \leqq \frac{1}{2}\lambda\right)$, et $(D)_M$ l'ensemble des points intérieurs à l'une au moins des S_P. (L) possède sur la frontière de $(D)_M$ les seuls points A et B et la distance d'un point de $(D)_M$ à M est inférieure à ρ.

4. Pour établir la seconde partie, on utilise le lemme suivant :

Si un continu, ayant un point intérieur et un point extérieur à un domaine, possède sur la frontière de ce dernier, seulement un nombre fini de points il est la somme d'un nombre fini de continus distincts, chacun d'eux ayant au moins un point sur la frontière. Ces continus se répartisseut en deux groupes : les uns n'ont pas de point extérieur, les autres pas de point intérieur au domaine.

Ce lemme, combiné avec le théorème de Borel-Lebesgue, permet de

---

(1) Voir par exemple : *Les Espaces abstraits* de M. Fréchet, p. 151.

décomposer le continu donné (E) en un nombre fini de continus de diamètre inférieur à une longueur donnée ([1]). On démontre alors que deux points quelconques A et B de (E) peuvent être joints sur lui par un arc de Jordan sans point double — ou arc simple — en définissant une correspondance biunivoque et continue entre un segment $\alpha\beta$ et un sous-ensemble de (E), dans laquelle α et β correspondent respectivement à A et B. [Ce résultat est encore valable si (E) possède sur la frontière de chaque domaine un nombre fini de points et pas seulement deux au plus.]

La démonstration s'achève en remarquant que (E) ne peut avoir de *point de ramification*. On appelle ainsi tout point O de (E) tel qu'on puisse trouver sur lui trois arcs simples n'ayant en commun deux à deux que le point O.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Points ordinaires et points singuliers des enveloppes de sphères.* Note de M. **Georges Durand.**

J'ai ramené ([2]) la théorie des enveloppes par réunion à l'étude de la construction de Cantor-Minkowski pour un ensemble fermé E. La difficulté de certaines démonstrations m'a conduit à approfondir dans cette voie un grand nombre de propriétés et à établir de nouveaux résultats dont je vais résumer les plus importants.

Théorème des projections (th. A). — *Soit* $\overline{\omega}$ (M) *le système des projections sur* E *du point* M, ρ*-distant de* E, *et soit une suite de points* M_i, ρ*-distants de* E, *tendant vers* M : 1° *aucun point de* $\overline{\omega}$ (M_i) *ne reste à une distance de* $\overline{\omega}$ (M) *supérieure à une longueur fixe;* 2° *le contingent* ([3]) *en un point* P *de* $\overline{\omega}$ (M), *pour l'ensemble réunion des* $\overline{\omega}$ (M_i), *est tout entier situé dans le plan perpendiculaire à* PM.

Par exemple, si M est un point ordinaire (c'est-à-dire pourvu d'une seule projetante PM), les projections de tous les points infiniment voisins de M

([1]) Il résulte alors de la condition de M. Sierpinski que le continu est une courbe de Jordan.

([2]) G. Durand, *Sur une manière de concevoir la théorie des enveloppes* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1136); *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans le plan* (*Ibid.*, p. 1368); *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans l'espace* (*Ibid.*, 189, 1929, p. 443).

([3]) Cf. G. Bouligand, *Sur quelques points de méthodologie géométrique* (*Revue générale des Sciences*, 41, janvier 1930, p. 39).

sont confondues avec P ou infiniment voisines de P, et le contingent en P, pour l'ensemble de ces projections, est situé dans le plan perpendiculaire à PM.

D'ailleurs $\overline{\omega}(M)$ peut contenir des points non susceptibles de s'obtenir comme limites de suites prélevées sur des $\overline{\omega}(M_i)$. — (Exemple : E formé de deux points, M point de l'intersection des deux sphères, les M_i appartenant à une seule sphère.)

Théorème B. — *Pour tout ensemble fermé de points* M ρ*-distants, la réunion des* $\overline{\omega}(M)$ *est fermée.*

La distinction des points ρ-distants en espèces est solidaire de la possibilité d'attacher à chaque point un nombre fini ν de projetantes :

Points ω : 1re espèce non multifurquée...	$\nu = 1$
Points μ_1 : 1re espèce multifurquée......	$\nu = 2$ (projetantes opposées)
Points μ_2 : 2e espèce..................	$\nu = 2$ (projetantes en triangle)
Points μ_3 : 3e espèce..................	$\nu = 3$ (projetantes en trièdre)

On appellera, en général, spécifique du point le rayon, le diamètre, un triangle ou un trièdre mis en jeu dans l'un de ces cas.

Cette notion entraîne des théorèmes prolongeant (A) et (B); énonçons-les d'abord pour un spécifique rayon ou diamètre :

Théorèmes C_1 et D_1. — *Un ensemble fermé ou continu, formé soit de points* ω, *soit de points* μ_1, *donne naissance à un ensemble fermé* (th. C_1) *ou continu* (Th. D_1) *de spécifiques.*

Théorème E_1. — *Un continu contenant à la fois des* ω *et des* μ_1 *engendre un continu, au moins, de projetantes* (d'où, dans le plan, la dénombrabilité des continus ρ-distants formés de points de première espèce) [1].

A partir de la deuxième espèce, j'ai besoin de la convergence normale (ou C. N.) : une suite de μ_2 converge normalement vers un autre μ_2 si une suite de leurs spécifiques tend vers un spécifique du point-limite. En un μ_2 où cette propriété a lieu pour toutes les suites de μ_2 tendant vers lui, on a la convergence absolument normale (ou C. A. N.).

Moyennant cette précaution, j'établis ces énoncés :

Théorèmes C_2 et D_2. — *Soit un ensemble* $\mathfrak{M}_2$ *fermé ou continu de* μ_2, *sur*

---

[1] Noter qu'il peut exister des continus de points μ_1 (E formé de deux bases opposées d'un parallélépipède rectangle de hauteur 2ρ). Cet exemple montre aussi que l'aire $S(\rho)$ de la surface, lieu des points ρ-distants de E, peut être une fonction discontinue de ρ lorsque le domaine formé des points à une distance $< \rho$ a une partie de sa frontière qui n'est pas frontière extérieure.

lequel règne la C. A. N.; à chaque point de $\mathfrak{M}_2$ on peut associer deux projections décrivant chacune un ensemble fermé (th. C_2) *ou continu* (th. D_2).

Le théorème D_2 se prolonge ainsi :

Un continu de μ_2, où règne la C. A. N., est l'intersection des ensembles ρ-distants de chacun des deux continus projections (assimilation aux courbes).

Dans l'espace à trois dimensions, l'ensemble des continus de μ_2 où règne la C. A. N. est dénombrable.

L'énoncé du théorème II de ma précédente Note suppose essentiellement que la C. A. N. règne en M. Sans quoi on pourrait citer des exceptions, par exemple : surface de révolution fermée convexe ayant une infinité de parallèles anguleux convergeant vers un parallèle lui-même anguleux; chacun de ces parallèles est un continu de μ_2 sur lequel s'applique le théorème II amendé par la C. A. N.. La suite convergente des points de ces parallèles, situés sur un méridien, fournit un exemple où l'on n'a plus la C. N.

D'ailleurs il peut arriver que l'ensemble des points singuliers (et même des seuls points de troisième espèce) soit partout dense sur la surface.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte dans une couronne circulaire.* Note (1) de M. Henri Poncin.

L'étude de problèmes hydrodynamiques relatifs à l'écoulement des fluides pesants m'a conduit à généraliser certains résultats obtenus par M. Henri Villat sur les fonctions analytiques dans une aire annulaire (2). Il s'agit de déterminer une fonction $\Omega = \theta + i\tau$ de la variable $\zeta = \rho e^{i\sigma}$, régulière dans la couronne $S(q < |\zeta| < 1)$, continue sur le contour et satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\theta = \varphi(\sigma) \quad \text{pour} \quad \rho = q, \tag{1}$$

$$p\theta - \frac{d\theta}{dn} = \psi(\sigma) \quad \text{pour} \quad \rho = 1, \tag{2}$$

φ et ψ étant des fonctions données et p un nombre donné. La condition d'uniformité exige que

$$\int_0^{2\pi} [p\varphi(s) - \psi(s)]\, ds = 0. \tag{3}$$

---

(1) Séance du 10 février 1930.

(2) Cf., notamment Henri Villat, *Circolo mat. di Palermo*, 33, 1912, p. 134-175; *Acta mathematica*, 40, 1916, p. 101-178.

L'expression de Ω sous la forme

$$(4)\qquad \Omega(\zeta)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} N_1(\zeta e^{-is})\varphi(s)\,ds+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} N_2(\zeta e^{-is})\psi(s)\,ds$$

résulte de la détermination de θ lorsque les données se réduisent à 0, 1, $\sin n\sigma$ ou $\cos n\sigma$. Cette détermination est possible si l'équation

$$(5)\qquad D(n)=(n-p)q^n+(n+p)q^{-n}=0$$

n'a aucune racine entière [en particulier si $|p|<1$ ou si $pLq<1$].

Les noyaux

$$N_1(\zeta)=\frac{1}{2}+\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'\frac{n-p}{D(n)}\zeta^n,$$

$$N_2(\zeta)=\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'\frac{\zeta^n q^{-n}}{D(n)}$$

sont holomorphes dans S et continus sur le contour sauf aux points q où N_1 a une discontinuité polaire, et 1 où N_2 a une discontinuité logarithmique. Ils sont intégrables sur les frontières. On en déduit les propriétés de Ω et en particulier sa continuité en tout point de S et en tout point du contour où les données satisfont à une condition de Lipschitz d'ordre quelconque.

Si les données φ et ψ sont supposées sommables et de carrés sommables, et si $\alpha_n+i\beta_n$, $\gamma_n-i\delta_n$ sont les coefficients du développement de Ω en série de Laurent, les séries

$$\Sigma[\alpha_n^2+\beta_n^2]n^2,\quad \Sigma nq^{-n}(\alpha_n\gamma_n+\beta_n\delta_n),\quad \Sigma q^{-2n}(\gamma_n^2+\delta_n^2)$$

sont convergentes. On en déduit l'existence de 4 fonctions R_1, J_q, J_1, h_1, sommables et de carrés sommables définies par des formules telles que

$$R_1(\sigma)\sim\alpha_0+\Sigma(\alpha_n+\gamma_n)\cos n\sigma+(\beta_n+\delta_n)\sin n\sigma.$$

Si l'on considère alors la fonction $A(\zeta)$ dont la partie réelle prend sur la circonférence $\rho=q$ les valeurs $\varphi(\sigma)$ et sur $\rho=1$ les valeurs définies par la fonction $R_1(\sigma)$ dont nous venons d'établir l'existence, on constate que les développements de Ω et de A sont identiques et que les fonctions définies plus haut coïncident avec la partie imaginaire et la dérivée normale de la partie réelle de A aux points $e^{i\sigma}$ ou $qe^{i\sigma}$. La vérification des équations fonctionnelles (1) et (2) est alors immédiate. De plus la dérivée $\frac{\partial\theta}{\partial\rho}$ tend presque partout vers une limite déterminée lorsque ζ tend vers $qe^{i\sigma}$ si $\varphi(\sigma)$ est l'in-

tégrale indéfinie d'une fonction sommable et de carré sommable (non nécessairement bornée). Dans l'hypothèse précisée, Ω est la seule fonction à module borné satisfaisant aux conditions requises; mais si (5) a une racine entière m le problème n'admet aucune solution, sauf si

$$\int_0^{2\pi} [(m-p)q^m\varphi(s)+\psi(s)]\,ds=0,$$

auquel cas il en admet une infinité, dépendant de deux paramètres arbitraires.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la dérivée angulaire dans la représentation conforme*. Note [1] de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

Soit Δ un domaine simplement connexe du plan des ζ, dont on a fait la représentation conforme sur l'intérieur D d'un cercle C du plan des z. Soit α un point de la frontière Γ de Δ, correspondant à un point a de C, tel que pour $z\to a$ on ait $\zeta\to\alpha$, et inversement. Supposons de plus :

1° Δ contient un disque circulaire δ dont la frontière γ passe par α;

2° D contient un disque circulaire d_1 dont la frontière C_1 touche C en a et dont l'image δ_1 est d'*un* côté d'un cercle λ passant par α.

Dans ces conditions, la représentation de Δ *sur* D *est conforme aux points* a, α.

Il faut entendre par là que, quand z tend vers a le long d'une corde arbitraire de C, $\frac{d\zeta}{dz}$ tend vers une limite unique, finie et différente de zéro; et par conséquent les images des cordes se rencontrent en α sous les mêmes angles que ceux que forment les cordes.

1. Indiquons par (A, K) la distance d'un point A à une courbe K. Nous ferons usage du lemme suivant :

Si $v=f(u)$ est holomorphe à l'intérieur d'un cercle K, tel que v est toujours du même côté d'un cercle L, et si le quotient $\frac{(v_n,\ L)}{(u_n,\ K)}$ est borné sur un ensemble de points u_n ayant un point b de K pour limite, alors $\frac{dv}{du}$ tend vers une limite unique, finie et différente de zéro, quand u tend vers b le long d'une corde arbitraire de K.

---

[1] Séance du 24 février 1930.

Ce lemme résulte par exemple de notre Note dans les *Comptes rendus* du 13 septembre 1926, ou encore de l'article de M. Carathéodory, *Ueber die Winkelderivierten von beschränkten analytischen Funktionen* (*Sitz. Ber. der Preuss. Ak. der Wiss., phys.-math. Klasse*, 1929, IV).

2. Admettons que notre proposition soit fautive. Le lemme exige alors :

$$\frac{(z, C)}{(z, \gamma)} \to \infty, \tag{1}$$

quand ζ tend vers α dans δ, et

$$\frac{(\zeta, \lambda)}{(z, C_1)} \to \infty, \tag{2}$$

quand z tend vers a dans d_1.

Si λ coupe γ, elle sépare de δ un domaine dont l'image est extérieure à d_1. Si λ touche γ, soit δ' un disque circulaire dont la frontière γ' est intérieure à γ et touche λ en α. L'image de δ' ne peut pas avoir en commun avec d_1 un ensemble de points ayant a pour limite, par cause de (1) et (2). Donc dans tous les cas on peut tracer par α un ensemble de segments de droite σ, recouvrant au voisinage de α un angle positif et dont les images s sont extérieures à d_1. On peut former dans Δ un domaine Δ^* simplement connexe contenant δ_1, dont une partie de la frontière est formée par un de ces segments σ et qui, au voisinage de α, est contenu dans un angle $< 2\pi$. L'image D^* de Δ^* contient d_1 et est dans D. La représentation de D^* sur l'intérieur d'un cercle C_2 est donc conforme en a (Carathéodory, *loc. cit.*). Alors $\frac{\zeta - \alpha}{z - a}$ devient une fonction $\Phi(w)$ holomorphe dans C_2, ayant les propriétés suivantes : 1° C_2 contient un point a_2, correspondant à a, où Φ tend vers zéro le long de l'arc s_2, correspondant à s; 2° il existe une corde par a_2, qui délimite avec s_2 un segment, dans lequel l'argument de Φ ne prend aucune valeur d'un certain angle; 3° sur chaque corde aboutissant en a_2 on a $\Phi \to \infty$. L'incompatibilité de ces trois propriétés démontre notre proposition.

Remarquons qu'elle contient comme cas particulier un théorème démontré par M. Carathéodory dans son article cité ci-dessus.

CHRONOMÉTRIE. — *Théorie des goupilles de raquette.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On fait habituellement la théorie des goupilles de raquette, en supposant plus ou moins implicitement que le spiral est *encastré* entre ces gou-

pilles, ce qui est manifestement inexact. J'ai repris entièrement la question, sans faire cette hypothèse et en considérant simplement que le spiral est appuyé contre la goupille, sur laquelle il peut glisser, avec un certain coefficient de frottement f.

Ce travail sera développé dans un autre recueil. Je ne puis ici qu'en indiquer sommairement le principe et les résultats.

2. La méthode employée est une application de la méthode générale qui a fait l'objet d'une de mes précédentes Notes [1]. En introduisant la forme quadratique W, calculée pour l'arc piton-goupille, et utilisant simultanément les variables covariantes et contrevariantes, on calcule aisément la réaction de la goupille, le glissement, le couple perturbateur subi par le balancier et enfin la variation de marche de la montre.

3. Il s'introduit une certaine quantité F, que nous appellerons *coefficient de frottement limite* et qui joue un rôle fondamental dans la question. Suivant la forme et la longueur de l'arc piton-goupille, cette quantité peut d'ailleurs être positive ou négative.

Supposons-la *positive*.

Si $f > F$, le spiral *ne glisse pas* sur la goupille.

Si $f < F$, il *glisse dans le sens négatif*, pendant que la phase croît de la valeur β, correspondant au premier contact, à la valeur $\frac{2}{\pi}$, correspondant au maximum d'élongation. Puis, *le glissement s'arrête*. Il reprend, *dans le sens positif*, à partir d'une certaine phase $\pi - \beta'$, facile à calculer. Lorsque la phase atteint la valeur $\pi - \beta$, le spiral quitte la goupille : le phénomène est terminé.

La *perturbation de marche* est donnée par la formule

$$(1) \qquad \frac{\Delta T}{T} = -\varepsilon\left[H + M\left(\frac{F-f}{q-f} + \frac{F+f}{q+f}\right)\right]\left(1 - \frac{2\beta + \sin 2\beta}{\pi}\right) + \varepsilon M \frac{F+f}{q+f}\left(1 - \frac{2\beta' + \sin 2\beta'}{\pi}\right),$$

où ε désigne le quotient de l'arc λ qui va du piton à la goupille par la longueur totale L du spiral et où H, M, q sont des quantités faciles à calculer, connaissant la forme de l'arc λ.

Si, comme il arrive dans la pratique, l'angle β est très petit, la formule (1) prend approximativement la forme simple

$$(2) \qquad \frac{\Delta T}{T} = -\varepsilon A\left(1 - \frac{4\beta}{\pi}\right),$$

(1) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 142.

le coefficient A se déduisant très aisément des quantités précédemment introduites.

Si F *est négatif*, on a des conclusions analogues, avec *changement de sens du glissement.*

Si F *est nul*, il n'y a *pas de glissement* et *la perturbation de marche est indépendante du coefficient de frottement.*

4. J'ai fait tous les calculs numériques, en supposant que l'arc λ est un arc de cercle concentrique au balancier et d'angle au centre ω. J'ai transposé ces calculs sous forme de graphiques, de sorte que ma théorie est immédiatement utilisable.

Voici quelques résultats concrets.

D'abord, F *est positif pour* $\omega < 152°$. Cette inégalité est toujours vérifiée avec la construction actuelle de la raquette. Mais, si l'on prenait $\omega = 152°$, F serait nul et, l'*on éviterait le glissement du spiral sur la goupille, ainsi que les perturbations de marche pouvant provenir d'une variation accidentelle du coefficient de frottement.*

Ces perturbations ne sont pas absolument négligeables. Par exemple, en supposant $\omega = 90°$ et adoptant les données d'un cas traité par Grossmann (t. 2, p. 136), je trouve que si f passe de 0 à 0,1, *la montre avance de 3 secondes;* si f passe de 0,1 à 0,2, elle avance de 8 secondes; *si le spiral grippe sur la goupille, on a une avance de 90 secondes.*

Quant à l'*influence de l'écartement des goupilles*, je trouve qu'elle varie de 89 à 97 secondes, suivant le coefficient de frottement; tandis que Grossmann trouve une perturbation constante de 160 secondes.

En supposant que le moment élastique du spiral est de 1 gr : mm et que l'amplitude est de 300°, les autres données étant toujours celles de Grossmann, *la pression normale du spiral sur la goupille* varie entre $1^g,4$ et 2^g, suivant la valeur de f. Elle est tout à fait insuffisante pour faire fléchir une goupille de dimensions normales.

Quant au *glissement*, il varie entre 2,9 et 1,3 centièmes de millimètre.

OCÉANOGRAPHIE. — *Description et présentation d'un nouvel appareil océanographique*. Note de MM. **A. Gruvel** et **W. Besnard**, présentée par M. L. Mangin.

Au cours des nombreuses études océanographiques que nous avons été appelés à poursuivre, nous avons essayé divers appareils pour les prises d'échantillons d'eau, de température, de pression, etc., et nous pouvons dire qu'aucun d'eux ne nous a donné une complète satisfaction.

Nous avons donc été amenés à concevoir et à réaliser un appareil, robuste, étudié avec soin, qui permet, à la fois, de recueillir un échantillon d'eau de volume variable, de mesurer la température à une profondeur déterminée, à l'aide de deux thermomètres à renversement au lieu d'un et, enfin, par l'évaluation du volume d'eau recueilli dans un tube spécial, sans valve, de mesurer la profondeur à laquelle on opère.

Description. — L'ensemble des organes constituant l'appareil est compris dans un premier cadre général, extrêmement rigide, qui met ces organes à l'abri de tous les chocs, aussi bien sur les fonds que le long du bordage du bateau au moment du relevage de l'appareil.

Le tube sondeur et les deux montures de thermomètres sont eux-mêmes compris dans un second cadre rigide placé à l'intérieur du premier et pivotant sur un axe excentrique. Le renversement de cet ensemble est obtenu, comme dans la plupart des appareils, par l'envoi d'un curseur.

Le fonctionnement du tube sondeur est basé sur le même principe que celui des tubes de Thomson et Warluzel, mais avec cette différence que le tube Thomson doit être renouvelé à chaque opération, tandis que le nôtre peut servir indéfiniment.

Notre tube sondeur diffère du tube de Warluzel en ce que ce dernier a une valve en caoutchouc et des fenêtres en celluloïd qui présentent le grand inconvénient de se détériorer sous l'influence de la pression ou de la dessiccation, inconvénient qu'on ne remarque pas toujours et auquel on n'accorde pas, en général, une importance suffisante.

D'autre part, le volume de l'air contenu dans notre tube est de $0^{l},5$, ce qui rend la mesure de profondeur plus facile et permet des sondages au delà de 200^{m}.

L'eau pénètre dans le tube sondeur par une série de tubes d'un faible diamètre, recourbés et fixés dans un bouchon métallique se vissant de façon hermétique sur le tube sondeur.

Les échantillons d'eau sont recueillis à l'aide d'un cylindre de volume variable (environ 250^{cm} pour le nôtre) qui, durant la descente de l'appareil, est complètement ouvert aux deux bouts, de sorte que l'eau est *constamment* et *totalement* remplacée au cours de la descente.

Au moment où l'on veut prendre un échantillon, on fait culbuter le cadre intérieur qui, par son retournement, déclenche la fermeture hermétique des deux couvercles, supérieur et inférieur. L'eau qui se trouve ainsi emprisonnée l'est, exactement, de la profondeur voulue.

Pour retirer l'eau du cylindre, on utilise deux robinets, l'un placé dans le

couvercle supérieur, pour l'admission de l'air, l'autre dans le couvercle inférieur, pour l'évacuation du contenu.

La monture du cylindre à eau est conçue de telle sorte que, pour les études relatives au pH, le cylindre en bronze utilisé ordinairement peut être facilement remplacé par un cylindre en verre pyrex et les deux couvercles émaillés intérieurement.

SPECTROSCOPIE. — *Second spectre du xénon dans l'intervalle spectral 9000 Å-6000 Å.* Note [1] de M. **Georges Déjardin**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'analyse théorique complète du *premier spectre* du krypton et du xénon (spectres d'arc Kr I et X I) a été donnée récemment par Meggers, de Bruin et Humphreys [2], à la suite d'une nouvelle étude expérimentale de ce spectre et de la découverte d'un grand nombre de raies nouvelles, particulièrement entre 10000 et 6000 Å. Dans cette même région, le *second spectre* des deux gaz considérés comprend également de nombreuses raies qui peuvent être aisément distinguées des raies d'arc en utilisant comme procédé d'excitation la décharge oscillante dans un tube sans électrodes [3].

Le second spectre du xénon, obtenu dans ces conditions, a été étudié au moyen de différents spectrographes à réseau et à prismes. Dans l'intervalle 7000 Å-5900 Å, on a utilisé principalement un réseau concave de 150^{cm} de rayon et des plaques sensibilisées au pinacyanol; les longueurs d'onde (Tableau II) ont été mesurées directement par rapport aux raies du fer. La région extrême comprise entre 9000 Å et 7000 Å (Tableau I) a été explorée à l'aide d'un appareil beaucoup plus lumineux constitué par un grand réseau plan de Rowland associé à deux objectifs astronomiques (ouverture $f/5$, distance focale : 40^{cm}. Dans ce dernier cas, les plaques ont été sensibilisées à la dicyanine et les longueurs d'onde mesurées en choisissant comme repères certaines raies d'arc du xénon indiquées par Merrill [4].

---

(1) Séance du 24 février 1930.

(2) *Journal of Research Bureau of Standards*, 3, 1929, p. 129 et 731.

(3) L. Bloch, E. Bloch et G. Déjardin, *Annales de Physique*, 10e série, 2, 1924, p. 461.

(4) *Scientific papers Bureau of Standards*, no 345, 1919, p. 251.

TABLEAU I.

Int.		Int.		Int.		Int.	
1	8716,2	1	8038,1	0	7458,0	0	7156,3
1	8628,6	0	8035,3	1	7409,8	3	7149,0
2d.	8604,1	1	8031,5	2	7378,3	2	7147,2
2d.	8515,2	4	8008,3	0	7358,7	1	7143,0
0	8446,6	1	7988,0	4	7343,4	0	7133,2
1d.	8329,5	2	7786,9	4	7339,2	1	7100,5
0	8301,8	1d.	7774,5	5	7301,8	0d.	7094,6
1d.	8297,5	2	7771,9	1	7279,9	3	7082,1
0	8262,8	1	7712,1	2d.	7276,2	0	7075,0
0	8214,7	3	7670,1	2	7245,2	1d.	7072,2
1	8151,5	2	7618,1	1	7215,8	0	7062,8
0	8143,9	3	7548,1	0	7207,0	1	7052,7
0	8136,7	2	7530,3	0	7183,8	2	7017,0
1	8115,7	1	7503,0	0	7174,2	1	7009,7
0d.	8080,0	2	7495,1	4	7164,7	2	7004,0

TABLEAU II.

Int.		Int.		Int.		Int.	
7	6990,86	0d.	6615,4	0	6370,1	2	6115,06
1	6971,8	0	6613,2	5	6356,35	3	6101,47
2	6950,4	0d.	6603,8	3	6353,22	6	6097,67
3	6942,38	1	6598,79	5	6344,00	3	6093,60
2	6910,19	4	6597,28	0	6311,7	0	6080,5
2	6895,59	3	6594,97	3	6300,81	0	6068,0
1	6890,4	0	6576,7	1	6298,26	7	6051,25
0	6876,9	1	6573,63	2	6284,31	6	6036,70
6	6805,72	1	6569,00	5	6277,48	2	6008,95
1	6790,26	1	6563,17	5	6270,77	0d.	5992,0
2	6788,62	1	6556,71	1	6259,1	6	5976,59
0	6780,3	0d.	6552,5	0	6238,19	3	5971,20
0	6739,1	0	6545,7	0	6235,3	1	5958,13
0	6733,5	4	6528,62	0	6221,8	5	5945,67
2	6702,15	5	6512,81	4	6194,05	2	5917,54
4	6694,32	0	6479,7	2	6184,72	0	5412,96
0d.	6633,95	1	6418,52	2	6146,40	1	5909,82
4	6619,97	3	6398,02	0	6143,4	4	5905,24
1	6618,39	3	6375,28	0	6127,4		

L'approximation obtenue varie de 0,05 Å environ (nombres donnés avec deux décimales) à quelques dixièmes d'angström dans les cas moins favo-

rables. Toutes les raies précédentes appartiennent très probablement au *premier spectre d'étincelle* XII [1]. On distingue en outre sur les clichés environ 120 raies du spectre d'arc qui figurent dans la liste de Meggers, de Bruin et Humphreys, et dont les longueurs d'onde ont été retrouvées avec une précision très satisfaisante. La méthode de la décharge sans électrodes permet de différencier très nettement les raies d'arc des raies d'étincelle. A cet égard, les critiques de Williams sont injustifiées, et il en est de même dans le cas du krypton [2].

RADIOACTIVITÉ. — *Les électrons inobservables et les rayons* β. Note de MM. **V. Ambarzumian** et **D. Iwanenko**, présentée par M. M. de Broglie.

L'émission des rayons β par les noyaux radioactifs possède une certaine analogie avec l'émission des quanta de lumière par les atomes. Les données récentes, tirées des expériences sur la structure hyperfine des spectres (spécialement par Schüler) de même que les considérations sur le magnétisme des noyaux semblent soutenir l'idée, exprimée il y a quelques mois par Heitler et Herzberg [3], que les électrons perdent en un certain sens leur individualité dans le noyau. De même les photons absorbés, quand leur longueur d'onde est comparable avec les dimensions de l'atome, perdraient aussi leur individualité. Ces considérations nous ont amenés à essayer de construire une théorie des rayons β analogue à la théorie des quanta de lumière, proposée par Dirac.

Cette théorie exige la constance du nombre total des ondes électromagnétiques enfermées dans un volume donné, bien que le nombre des quanta visibles puisse être variable. Elle entraîne donc l'existence d'un réservoir de quanta inobservables qui se trouvent tous au même niveau d'énergie zéro; l'émission de la lumière est alors expliquée comme une transition d'un quantum de niveau zéro à quelque niveau d'énergie positive. Dans le processus de supraquantisation des ondes de la matière, au lieu des relations : $b_r b_s^+ - b_s b_r^+ = \delta_{rs}$ (pour les coefficients b_r dans le développement de la fonction Ψ) que donne la statistique de Bose-Einstein, nous sommes obligés

---

[1] A l'exception des raies faibles 6370 et 6238, qui semblent se rattacher à un dégré d'excitation plus élevé.

[2] *Cont. al Est. de la science fis. y mat.*, 3 à 4, 1928, p. 254.

[3] W. Heitler et G. Herzberg, *Naturwiss.*, **17**, 1929, p. 673.

d'introduire les relations : $a_r a_s^{+} + a_s a_r^{+} = \delta_{rs}$, conformes à la statistique de Fermi-Dirac.

Ainsi, puisque le nombre total des électrons dans un système isolé quelconque doit être conservé, il faut admettre que l'émission β correspond à une transition d'électron d'un niveau inobservable jusqu'à un niveau ordinaire. La formule avec les a_r prescrit l'existence d'un seul électron sur chaque niveau. Ainsi *l'équation* d'onde pour un électron doit posséder un grand nombre (infinité) de solutions correspondant aux niveaux inobservables. Au contraire, la transition d'un électron à l'un des niveaux de ce réservoir sera interprétée comme une destruction de matière visible (une fusion avec le proton).

Il est bien connu que les équations quantiques relativistes de Schrödinger et de Dirac possèdent des solutions caractéristiques correspondant à une énergie négative; Dirac a conclu (¹) que les électrons appartenant à ces niveaux d'énergie négative sont inobservables. Il y a toujours un très grand nombre de ces électrons encore latents pour ainsi dire, parce que les niveaux négatifs sont les plus probables. L'émission β serait une transition d'un état d'énergie négative à un état d'énergie positive (la création simultanée d'un proton assure la conservation de la charge).

L'énergie des transitions dans les noyaux radioactifs est souvent de l'ordre de grandeur de $m_0 c^2$. Il est donc possible, à l'aide de cette énergie, d'arracher un électron à un niveau négatif et de le transporter sur un des niveaux positifs. En d'autres termes, nous proposons d'appliquer la conception de l'effet Auger aux niveaux négatifs des noyaux. Les électrons peuvent être expulsés à partir de niveaux négatifs différents et très nombreux, ce qui peut donner la partie diffuse du spectre des rayons β. La probabilité d'émission des particules β augmente en général avec l'énergie des transitions intranucléaires, parce qu'on peut alors envisager l'arrachement des électrons à partir de niveaux plus profonds. L'expérience montre que l'augmentation de l'énergie des rayons β correspond à la diminution des périodes de désintégration.

Ces considérations sur l'émission des rayons β se heurtent à deux difficultés principales, qui se présentent aussi dans la théorie des électrons et protons de Dirac.

En premier lieu se pose le problème de la masse de proton, qui doit naître simultanément avec la particule β. En second lieu, la question

---

(¹) P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A, **126**, 1930, p. 360.

d'applicabilité de la statistique de Fermi aux spectres continus demanderait des éclaircissements.

Dans le cas du spectre continu, il n'est pas possible de saturer tous les états pour donner un électron à chaque niveau.

On peut espérer que la solution de la première difficulté nous permettrait d'attaquer le problème des rayons β avec des vues nouvelles, dont nous avons essayé de donner ici une esquisse.

PHOTOGRAPHIE. — *Nouvelle contribution à la photographie intégrale.* Note de M. **Estanave**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai fait connaître ici même (¹) que, si à l'aide d'un objectif composé d'un grand nombre de petites lentilles (loupes stanhopes) on photographie un sujet, en examinant ensuite les images obtenues par chacune des lentilles à travers l'objectif composite qui a servi à les enregistrer, on perçoit, non la multitude des images enregistrées mais une *image unique* avec variation de champ. Comme je l'indiquais, cette image unique était constituée par juxtaposition et raccordement des éléments que l'œil puise dans chaque lentille de l'image qui lui est relative.

La présente Note a pour but de signaler qu'on obtient l'effet stéréoscopique lorsque les deux images du couple sont constituées par une *multitude* d'images du sujet au lieu de l'être, comme dans la stéréoscopie ordinaire, par *deux images seulement*, celle relative à l'œil droit et celle relative à l'œil gauche.

Pour réaliser cette expérience, j'ai disposé sur une plaque photographique à grain fin deux blocs de loupes A et B. Chaque bloc contenait 10 petites loupes. Après avoir découvert le système devant le sujet (octaèdre en fil de fer), j'ai enregistré sur la plaque deux groupes d'images A' et B' du sujet, chaque groupe comprenant par suite 10 images de l'objet considéré. En observant binoculairement ces images à travers les objectifs A et B qui ont servi à les produire, on perçoit, non une multitude d'images mais l'image unique dans l'espace de l'octaèdre considéré avec son relief et l'on observe une *variation de champ* lorsqu'on déplace les yeux devant les blocs A et B. Il y a là, on le voit, un procédé simple pour montrer l'exactitude du principe sur lequel repose la photographie intégrale, et pour obtenir, par une technique nouvelle, l'impression du relief stéréoscopique.

(¹) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1255.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique du paraldéhyde en solution aqueuse, et dans les solutions de chlorure de potassium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Ces recherches ont été entreprises dans le but de fixer directement la constante cryoscopique d'une solution saline. L'étude actuelle est limitée à celle du chlorure de potassium.

Dans une publication antérieure de l'un de nous avec M. Tuttle ([1]) cette constante avait été obtenue indirectement, à l'aide de la méthode des premiers passages par zéro, que nous avions édifiée lors de recherches ébullioscopiques ([2]). Cette méthode se trouvait justifiée par les résultats obtenus dans l'eau pure. Toutefois, les écarts trouvés pour la composition des hydrates d'ions, et celle donnée par d'autres méthodes, nous ont engagés à chercher à faire des mesures directes.

Il convenait de trouver une substance qui ne change pas d'état moléculaire avec la concentration, et qui soit complètement inerte vis-à-vis du sel dissous, par exemple le chlorure de potassium.

Le paraldéhyde $(C^2H^4O)^3$ nous a paru remplir ces conditions. Cette substance, qui est de l'aldéhyde tricondensé, comme le montrent des études de réfraction moléculaire ([3]), de densité de vapeur ([4]) et de constante capillaire ([5]), possède-t-elle encore ce caractère en solution aqueuse?

I. *Étude cryoscopique du paraldéhyde en solution aqueuse.* — C'est ce que nous avons examiné par voie cryoscopique. On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,672	0,240	18,90
0,250	3,404	0,483	18,73
0,375	5,186	0,729	18,60
0,500	7,029	0,978	18,40
0,625	8,933	1,234	18,24
0,750	10,900	1,115	18,35
			K_c moyen = 18,53

([1]) F. Bourion et Ch. Tuttle, *Journ. de Chim. Phys.*, **26**, 1929, p. 291-311.

([2]) F. Bourion et E. Rouyer, *Journ. de Chim. Phys.*, **24**, 1927, p. 437-469, et **25**, 1928, p. 234-248.

([3]) J. W. Brühl, *Lieb. Ann.*, **203**, 1880, p. 1-63.

([4]) R. Schiff, *Lieb. Ann.*, **220**, 1883, p. 71-113.

([5]) R. Schiff, *Lieb. Ann.*, **223**, 1884, p. 47-106.

les concentrations étant évaluées à 15°C. Le paramètre K_c, calculé dans l'hypothèse de la molécule triple $(C^2H^4O)^3$, décroît très légèrement, quand la concentration croît, et possédant la valeur 18,5 caractéristique des substances normales, on peut dire que : *le paraldéhyde se comporte en solution dans l'eau à 0°, comme une molécule d'aldéhyde tricondensé.*

Nous avons ensuite étudié la cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de ClK, pour les deux séries 0,5 M et 1,225 M ClK, le rapport de la masse de ClK, à la masse d'eau, étant déterminé pour chaque série.

2. *Cryoscopie du paraldéhyde, dans les solutions* 0,5 M ClK. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,703	0,306	23,72
0,250	3,458	0,606	23,13
0,375	5,273	0,921	23,05
0,500	7,142	1,239	22,90
0,625	9,076	1,580	22,98
0,750	11,073	1,911	22,78

Pour ClK pur, on a ΔC = 1°,691. Le phénomène a la même allure que dans l'eau pure, et l'on peut considérer la molécule de paraldéhyde comme étant pratiquement stable dans les solutions de ClK 0,5 M, ces dernières étant caractérisées par une constante cryoscopique $K_c = 23,0$, alors que la méthode des premiers passages par zéro, et d'encadrement, avait conduit à la valeur voisine $K_c = 22,3$.

3. *Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions* ClK 1,225 M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,743	0,430	32,55
0,250	3,541	0,838	31,24
0,375	5,399	1,230	30,08
0,500	7,312	1,654	29,86
			K_c moyen = 22,97

L'abaissement correspondant à ClK pur est ΔC = 4°,150. Le paramètre K_c, calculé dans l'hypothèse de la molécule $(C^2H^4O)^3$ croissant notablement quand la concentration diminue, la molécule de paraldéhyde doit être considérée comme plus ou moins dépolymérisée dans les solutions de ClK 1,225 M, et d'autant plus que la concentration est plus faible. En fait, quand on soumet la question au calcul, on voit qu'elle est constituée aux concentrations 0,375 à 0,500 par un mélange en équilibre de molécules

doubles et triples, et aux concentrations plus basses, par un mélange de molécules simples, doubles et triples. On ne saurait donc, par ce procédé, fixer la constante cryoscopique des solutions ClK 1,225 M.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du cadmium à différentes températures.* Note [1] de M. **Alfred Molnar**, présentée par M. Léon Guillet.

Le plomb, l'étain et le cadmium ont été considérés pendant longtemps comme ne s'écrouissant pas à température ordinaire. Ernest Cohen [2], dans ses expériences sur l'ecrouissage de l'étain, était arrivé à la conclusion que ce métal subit un recuit spontané à 18°. Plus tard, Nicolardot [3] a conclu, de ses recherches sur le plomb et l'étain, que ces deux métaux s'écrouissent à 17°, mais que leur recuit se produit très vite à cette température.

Afin de préciser le phénomène, j'ai réalisé, à des températures diverses, des écrouissages du plomb, de l'étain et du cadmium, puis j'ai effectué des mesures de dureté, en maintenant toujours la température à la valeur adoptée pour l'écrouissage; j'ai également étudié la variation de la dureté en fonction du temps, toujours à ces mêmes températures.

Les éprouvettes utilisées étaient cylindriques, de 15^{mm} de diamètre et 25^{mm} de hauteur; l'écrouissage a été obtenu par écrasement, les degrés d'écrouissage $\left(\frac{S-s}{S}\times 100\right)$ étant de 25 et 50 pour 100. Les essais de dureté ont été effectués avec une bille de 10^{mm} de diamètre et une charge de 100^{kg} pour le plomb, 200^{kg} pour l'étain et 500^{kg} pour le cadmium, la charge étant maintenue constante pendant 15 secondes. Les températures adoptées pour ces essais ont été : $+50°$; $+25°$; $0°$; $-20°$; $-40°$; $-75°$. Les résultats de ces expériences sont résumés dans les tableaux ci-après :

(1) Séance du 24 février 1930.

(2) E. Cohen, *Zeitschrift für physik. Chemie*, **68**, 1910, p. 214.

(3) Nicolardot, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 558.

TABLEAU I

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet du plomb, en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Température d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet
		à la température adoptée pour l'écrouissage.		à la température adoptée pour l'écrouissage.	
+50°...	5,50	5,10	5 minutes	4,80	10 minutes
+15°...	5,10	4,20	25 heures	3,80	64 heures
0°...	4,95	4,10	40 heures	3,75	72 heures
−20°...	4,85	4,05	recuit partiel après 96 h.	3,55	recuit partiel après 96 h.
−40°...	4,75	4,00	pas de recuit	3,50	pas de recuit
−75°...	4,30	3,80	id.	3,45	id.

TABLEAU II

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet de l'étain, en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Température d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet
		à la température adoptée pour l'écrouissage.		à la température adoptée pour l'écrouissage.	
+50°...	5,18	4,70	2 minutes	4,35	5 minutes
+15°...	4,75	4,00	8 heures	3,85	24 heures
0°...	4,40	3,75	90 heures	3,50	>90 heures
−20°...	4,10	3,60	pas de recuit	3,40	pas de recuit

TABLEAU III

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet du cadmium en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Tempéra-ture d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet
		à la température adoptée pour l'écrouissage.		à la température adoptée pour l'écrouissage.	
+ 25°...	4,60	4,35	2 minutes	4,20	2 minutes
+ 15°...	4,30	4,00	10 minutes	3,90	30 minutes
0°...	4,20	3,85	24 heures	3,60	40 heures
— 20°...	4,00	3,60	96 heures	3,30	>96 heures
— 40°...	3,90	3,40	pas de recuit	3,25	pas de recuit
— 75°...	3,75	3,35	id.	3,20	id.

Il résulte de ces expériences que, dans le cas du plomb et pour les écrouissages étudiés (25 à 50 pour 100), la compression effectuée à une température inférieure à — 40° produit une augmentation de la dureté qui se conserve intégralement à ces températures.

Si l'écrouissage est obtenu à des températures comprises entre — 40° et + 50°, la dureté après écrouissage revient peu à peu à sa valeur de recuit et ceci dans un temps d'autant plus long que la température est plus basse.

Au-dessus de 50°, le recuit est à peu près instantané ; il est donc impossible d'écrouir par compression le plomb au-dessus de 50°, au moins pour les taux d'écrouissages envisagés.

Pour l'étain, la température au-dessous de laquelle le recuit spontané ne se produit plus est de — 20° et celle à laquelle il est instantané est de + 50° ; ces températures sont respectivement — 40° et + 25° dans le cas du cadmium ; toujours pour les mêmes taux d'écrouissage.

Mes expériences continuent en vue de déterminer les caractéristiques à la traction dans les mêmes conditions d'essais et procéder à des examens par les rayons X, du moins pour l'étain et le cadmium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Entraînement du polonium, à l'état de chloropoloniate, par le chloroplombate d'ammonium.* Note de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. G. Urbain.

Le polonium, situé dans la colonne 6 de la classification de Mendeleef, doit pouvoir donner des chloropoloniates de formule $[Po^{IV}Cl^6]X^2$, se rattachant à la grande série des sels isomorphes $[M^{IV}Cl^6]X^2$, dont le type est le chloroplatinate.

La présente Note est relative à l'entraînement du chloropoloniate d'ammonium, par le chloroplombate d'ammonium, en solution chlorhydrique concentrée.

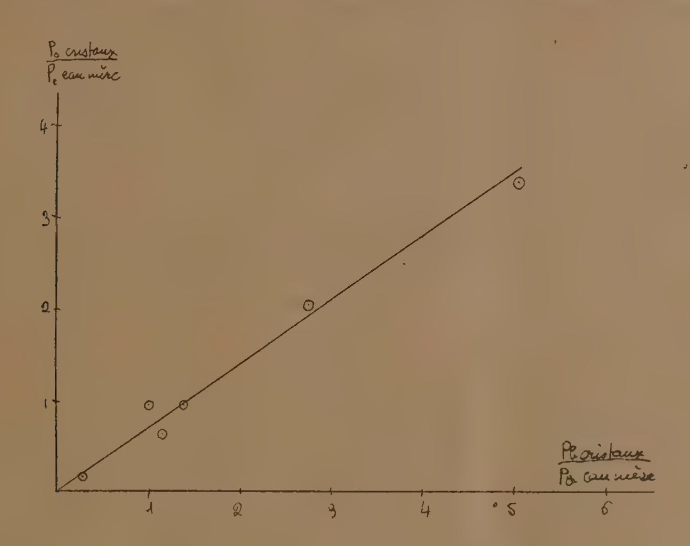
En saturant de chlore, à froid, une suspension de chlorure de plomb dans l'acide chlorhydrique concentré, on obtient une solution jaune d'acide chloroplombique $[Pb^{IV}Cl^6]H^2$, contenant un excès de chlore et un très grand excès d'acide chlorhydrique. L'addition d'une goutte de solution concentrée d'ammoniaque y détermine la formation instantanée de très fins cristaux jaunes (octaèdres cubiques) de $[Pb^{IV}Cl^6](NH^4)^2$, peu solubles dans l'acide chlorhydrique concentré, très solubles dans l'acide dilué. Or, si à la solution d'acide chloroplombique, on a préalablement ajouté du chlorure de polonium, les cristaux formés par addition d'ammoniaque entraînent une partie de ce polonium. Tout se passe donc comme si l'excès de chlore présent dans la solution chloroplombique avait fait passer le métal radioactif à l'état de $PoCl^4$ d'abord, que l'acide chlorhydrique amènerait sous la forme $[Po^{IV}Cl^6]H^2$, qui donnerait avec l'ammoniaque le sel $[Po^{IV}Cl^6](NH^4)^2$ isomorphe de $[Pb^{IV}Cl^6](NH^4)^2$.

Pour contrôler cette hypothèse, j'ai d'abord fait varier la quantité d'ammoniaque ajoutée, ce qui permet de faire passer le rapport du plomb contenu dans les cristaux à celui de l'eau mère, de 1 à 30. Dans chaque cas le mode opératoire était le suivant :

A 5^{cm^3} de solution acide saturée de $[Pb^{IV}Cl^6]H^2$ on ajoute une goutte de solution chlorhydrique de polonium, et l'on agite. On additionne alors rapidement de quelques gouttes de solution concentrée d'ammoniaque, on agite vivement, et, après quelques secondes de contact, on centrifuge une minute.

On décante l'eau mère d'une part, on dissout d'autre part le culot cristallin de centrifugation dans l'acide chlorhydrique dilué $(\frac{1}{10})$, et, dans chacune des deux solutions ainsi obtenues, on dose le plomb et le polonium.

On constate que le polonium est toujours partagé entre la phase cristalline et la phase liquide. Et que le rapport des concentrations du polonium dans les deux phases varie linéairement en fonction du rapport des concentrations du plomb, dans la limite de précision des mesures d'activité du polonium, qui sont délicates en présence de ce grand excès de plomb.



On ne peut en pratique augmenter le rapport $\frac{\text{Pb précipité}}{\text{Pb eau mère}}$ au delà de 5, sans voir le phénomène s'altérer brusquement. En effet il est nécessaire, pour aller plus loin, d'ajouter une quantité d'ammoniaque importante (plus de 1^{cm^3} pour 5^{cm^3} de solution chloroplombique), ce qui neutralise une partie notable de l'acide chlorhydrique en excès. Dans cette solution plus faiblement chlorhydrique, le chloroplombate d'ammonium devient plus soluble, de sorte qu'en prolongeant l'addition d'ammoniaque, on redissout une partie du précipité qui s'était d'abord formé. De fait, on voit dans ce cas le rapport $\frac{\text{Po précipité}}{\text{Po eau mère}}$ tomber à 1,5, pour $\frac{\text{Pb précipité}}{\text{Pb eau mère}} = 6,4$.

Il est donc probable que la partie superficielle des cristaux était plus riche en polonium que leur centre. C'est ce qu'on vérifie en traitant successivement, par de petites quantités d'acide chlorhydrique dilué saturé de chlore, ce précipité cristallin. Après chaque addition de solvant on agite, on centrifuge rapidement, on décante, et l'on traite le culot par un nouveau

solvant. On voit ainsi le rapport $\frac{\text{Po dissous}}{\text{Pb dissous}}$ décroître rapidement, sans toutefois devenir nul quand on atteint le centre des cristaux.

Enfin, en faisant varier la quantité de polonium mise en œuvre, dans la proportion de 1 à 10, on voit que la régularité du phénomène n'est pas troublée.

Il convient de remarquer que, dans les mêmes conditions d'acidité, la précipitation de $PbCl^2$ en présence de polonium se fait sans aucun entraînement du métal radioactif, quoique le chlorure de plomb ainsi formé ait une texture beaucoup plus fine et plus favorable à une adsorption, que ces cristaux octaédriques de $PbCl^6(NH^4)^2$. Il ne peut donc s'agir ni d'un banal entraînement physique par adsorption, ni d'une parenté générale de tous les dérivés du polonium avec ceux du plomb. Il semble au contraire probable qu'il y a analogie de structure entre le sel de plomb et le sel de polonium, auquel on se trouve conduit à attribuer la formule

$$[Po^{IV}Cl^6](NH^4)^2$$

dans laquelle le polonium a la valence 4 et la coordinence 6.

Toutefois il est prudent de ne pas conclure à la possibilité d'existence *indépendante* de ce chloropoloniate, tant que des résultats analogues n'auront pas été obtenus avec les sels du même type ayant pour centre d'autres métaux que le plomb. Des expériences sont en cours pour tenter cette généralisation.

MINÉRALOGIE. — *Sur la structure dite en* cônes emboîtés (1) *observée dans la célestine de Wereino* (*Oural*). Note (2) de M. C. **Matveyeff.**

La célestine de Wereino forme plusieurs variétés; ici je considère celle qui est fibreuse et possède un bon clivage suivant $p(001)$; il forme des angles assez différents avec la direction constante des grosses fibres. Une lame mince de clivage se comporte comme celle d'un cristal ordinaire, présentant l'extinction habituelle entre les nicols croisés. Tout autres sont les propriétés en lumière polarisée des lames de clivage ayant au moins $0^{mm},1$

(1) En anglais, *cone-in-cone structure*; en allemand, *Tutenstruktur*.

(2) Séance du 17 février 1930.

d'épaisseur; elles montrent des phénomènes optiques singuliers, des bandes d'interférence en zigzag qui, à première vue, rappellent celles des sphérolites à enroulement hélicoïdal. Ce phénomène est moins apparent sur les bords en biseau de la lame ne montrant que les teintes de premier ordre.

Pour étudier tous ces phénomènes, je me suis servi du microscope polarisant, de la platine de Fedoroff et du microscope binoculaire. Les grosses fibres se composent de fibrilles parallèles, groupées en petits faisceaux (structure « beef » des observateurs anglais), intimement unies les unes aux autres et pénétrant dans des cornets très petits, microscopiques, dont les axes sont parallèles à la longueur des fibrilles et à celle des grosses fibres.

Si les axes des cônes et des fibrilles de la préparation examinée sur la platine de Fedoroff sont parallèles à l'axe du tube du microscope, la plaque se comporte comme un cristal ordinaire entre les nicols croisés. Avec le nicol inférieur seulement, on voit de très petits cercles quelquefois ondulés représentant la section transversale des cornets emboîtés. Sur une préparation inclinée de 1° à 2° seulement, les cercles se transforment en petits cônes courts en forme de V. Dans cette position de la préparation, on voit entre les nicols croisés de très fines rides, marquant l'apparition des franges d'interférence en zigzag. Si l'on incline graduellement la préparation jusqu'à 60° de sa position primitive, les formes en V se transforment en un système de lignes d'un réseau rhombique, se croisant suivant un angle de plus en plus petit et finalement semblent être parallèles. Dans toutes ces positions de la platine, on voit entre les nicols croisés les différents stades du phénomène des bandes en zigzag; il y a un écartement continu des bandes d'interférence transversales. Ces franges sont perpendiculaires aux bissectrices des angles aigus du réseau rhombique. Cette étonnante transformation de la structure et les phénomènes optiques sont une conséquence de la microstructure conique et fibreuse. Les bandes en zigzag se voient le plus nettement, quand la préparation, examinée entre les nicols croisés, est peu éloignée de la position d'extinction. Elles sont aussi visibles quand la lame est dans cette dernière, mais elles ne le sont pas quand la lame est à 45° de cette position. Lorsqu'une plage présente les teintes blanches d'ordre supérieur et aussi celles du premier ordre, les phénomènes des bandes d'interférence sont faibles et ne sont pas caractéristiques. En lumière monochromatique, ces phénomènes sont simplifiés, mais la netteté et la finesse des bandes en zigzag restent les mêmes. Au moment où la plage, montrant les bandes en zigzag s'éteint, on observe une modification

brusque de la teinte de polarisation des fibres. Au moment de l'extinction de la lame de clivage, il y a une certaine relation entre les couleurs des bandes en zigzag et celles de la même plaque. L'image présente différentes teintes de polarisation dans les bandes en zigzag des diverses couches, teintes qui dépendent de l'épaisseur et de la biréfringence des fibres et qui rendent ce phénomène optique très curieux.

Ces phénomènes optiques sont trop faibles pour avoir une influence notable sur la figure d'interférence de la lame en lumière convergente.

Ces propriétés optiques expliquent les formations cristallines et les vraies formes de croissance étudiées Quelquefois on observe dans la masse cristalline un second système de cônes et de fibrilles, qui sont à peu près parallèles les unes aux autres, mais forment un angle avec la direction du premier système des fibrilles.

On peut aussi étudier la structure du minéral en examinant les inclusions de matière organique et d'argile qui forment comme des traînées très fines droites, continues ou interrompues ou plus rarement des cônes. Cette structure très régulière est différente de celles connues jusqu'ici. Elle présente des particularités qu'on retrouve dans les sphérolites à enroulement hélicoïdal, Les faisceaux de fibres enroulés se trouvent parfois dans la célestine de Wereino. Il est à remarquer aussi que les contours des franges d'interférence coïncident avec ceux des zones d'inclusions, indiquant que les cônes emboîtés sont coupés suivant une section oblique. En outre, ici les phénomènes de juxtaposition, de superposition et de pénétration des gros éléments cristallins sont très évidents. Les phénomènes optiques sont provoqués principalement par le fait que les cornets isolés et les fibres ne sont pas toujours parallèles les uns aux autres.

J'ai découvert aussi une structure analogue, avec des phénomènes optiques semblables, dans les célestines fibreuses, des environs d'*Iena* et de *Wassy* (Haute-Marne). En apparence, cette structure et les phénomènes optiques qui en sont la conséquence ne sont donc pas rares.

Deux hypothèses peuvent servir pour expliquer les propriétés des cristaux montrant la structure à cônes emboîtés : 1° Cette structure provient de ce que les cônes peuvent s'accroître dans des directions arbitraires, mais voisines de la normale à la face $p(001)$, du moins dans la plupart des cas, ou, 2°, ces cristaux sont des pseudomorphoses, comme on l'a admis jusqu'ici pour des célestines analogues à celles de Wereino. Il me semble que tous les faits nouveaux observés justifient la première hypothèse.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur les lois d'excitabilité électrique par décharges très brèves sur les muscles rapides.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

La droite des quantités liminaires, représentative des lois de Weiss et de Hoorweg s'infléchit, comme on sait, vers l'origine des temps. L'expérience, pratiquée sur des organismes relativement lents, met ce fait bien en évidence. La théorie cinétique que nous avons proposée laisse prévoir sa généralité([1]).

Lorsqu'on s'adresse à des muscles très rapides, comme le biceps de l'homme, cette loi paraît pourtant mise en défaut : *pour des décharges très brèves* ($2,5$ à 25×10^{-6} sec.), *la quantité liminaire à débiter est constante*, comme nous l'avons établi par des expériences récentes ([2]).

La contradiction, avons-nous dit, n'est qu'apparente. *Ces décharges très brèves sont en réalité des décharges prolongées*, selon le schéma suivant :

Le nerf, par suite de ses discontinuités protoplasmiques internes, est assimilable à un milieu électrolytique cloisonné par des membranes plus résistantes, lesquelles, en cascade sur les lignes de courant, constituent des condensateurs à diélectrique imparfait. Lors de l'admission d'un courant très bref, ces condensateurs peuvent se charger pendant la durée de passage, les ions étant fournis aux surfaces des membranes par les électrolytes de grande conductibilité qui les séparent. Après la cessation du courant, les membranes resteraient chargées si leur diélectrique était parfait. Les réactions entre protoplasme et ions suivraient leur cours jusqu'à excitation si la densité ionique était suffisante.

On comprend que, dans ce cas, la durée du courant, c'est-à-dire la durée de charge des membranes, n'intervienne plus : les réactions physico-chimiques n'ont pas le temps d'atteindre un taux appréciable pendant la durée très brève où cette charge s'effectue ; seule, sa valeur terminale, acquise quasi instantanément, compte pour les réactions ultérieures. Ainsi s'expliquerait la loi d'invariance de la quantité liminaire à décharger sur les membranes en des temps très brefs.

L'imperfection du diélectrique ne modifie pas cette conclusion pour les organismes à réactions physico-chimiques très rapides : chaque condensateur élémentaire se décharge pour son compte à travers son diélectrique, avec sa constante de temps propre ; mais ces constantes de temps peuvent être, à l'égard des organismes rapides, relativement longues par suite de la valeur considérable de la capacité membraneuse. Les réactions physico-chimiques, qui s'effectuent ici rapidement peuvent atteindre le

---

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 482.
(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 449.

seuil de transformation avant que les charges des deux faces de la membrane ne se soient neutralisées l'une l'autre.

La loi prévue par la théorie cinétique est donc masquée par un phénomène intérieur, consécutif à la décharge du système extérieur, et essentiel quant au résultat.

On explore en réalité par des décharges que l'on croit très brèves, la zone des décharges plus prolongées.

Notre théorie cinétique admettait que la quantité d'électricité déposée sur les membranes est à chaque instant proportionnelle à l'intensité du courant agissant et qu'elle s'annule avec celle-ci. Cette hypothèse, valable pour les durées longues par rapport aux constantes de temps des membranes, n'est plus admissible ici. De là les contradictions apparentes. *La forme des lois théoriques ne se retrouve que pour les organismes à vitesses de réaction lentes par rapport à leurs constantes de temps internes.*

Notons que la constante de temps de la membrane active est inaccessible à l'expérience par électrodes extérieures, car toutes les autres membranes interviennent en cascade. Il serait cependant utile d'être renseigné sur cette constante, car l'excitabilité dépend non seulement de la vitesse des réactions mais encore de la valeur physique du système anatomique qui arrête les ions excitants et les rend efficaces de par leur accumulation.

On pourrait songer à tirer parti de la connaissance de la quantité liminaire par décharges très brèves obtenue selon notre technique. En portant cette quantité dans la loi de Hoorweg, étudiée sur le même sujet, on obtiendrait la constante de la membrane, siège des ions excitateurs. En réalité, on se rend compte que si la rhéobase et les charges relativement lentes des membranes sont sous la dépendance des résistances internes de celles-ci, leurs charges très brèves sont régies par leurs capacités.

Nous avons trouvé ainsi, sur quelques sujets à chronaxie normale, des rhéobases variant du simple au double alors que leurs quantités liminaires par décharges brèves étaient à peu près les mêmes :

	Sujet 1.	Sujet 2.
Rhéobase (en milliampères, 100000 ohms en série)	0,5	1,2
Quantité liminaire (en 10^{-9} coulomb)................	195	210

Les considérations précédentes nous conduisent encore à deux remarques :

1° Les passages de courant excitateur de durée moyenne (10^{-4} seconde) sont prolongés par la décharge propre des membranes actives et la loi d'excitabilité se trouve plus ou moins modifiée en apparence jusque dans ce domaine.

On pourrait l'éviter grâce à un courant inverse très bref, succédant immédiatement au courant excitateur, et débitant une quantité convenablement choisie.

2° Les courants de haute fréquence à ondes entretenues n'ont pas d'action excitatrice car l'onde négative détruit l'effet de l'onde positive égale qui l'a précédée.

Les courants de haute fréquence à ondes amorties (montage de d'Arsonval) peuvent avoir un effet excitateur car la première demi-onde l'emporte nettement sur celle qui la suit. L'effet sera d'autant plus net que l'amortissement sera plus grand. Il y aurait lieu d'exagérer cet amortissement pour obtenir des effets d'excitation, ceux-ci étant dus à la conservation des charges par les membranes.

BACTÉRIOLOGIE. — *Démonstration de l'existence de l'ultravirus tuberculeux par inoculation directe dans les ganglions lymphatiques.* Note de M. C. **Ninni**, présentée par M. Calmette.

On sait qu'il est généralement très difficile de mettre en évidence les formes acido-résistantes du bacille tuberculeux chez les animaux inoculés par voie sous-cutanée avec les filtrats de cultures ou d'organes contenant l'ultravirus.

Je me suis proposé de rechercher si l'on ne pourrait pas obtenir des résultats plus constants par l'inoculation des filtrats tuberculeux directement dans les ganglions.

J'ai été conduit à cette idée, d'abord parce que le système lymphatique est la voie de dissémination la plus habituelle du bacille de Koch, d'autre part par le fait que les différents auteurs qui se sont occupés de la filtrabilité du bacille tuberculeux signalent que c'est surtout dans le système ganglionnaire que l'on trouve le plus fréquemment les bacilles issus de l'ultravirus tuberculeux.

Dans mes expériences, j'ai utilisé des filtrats de voiles jeunes de cultures du bacille de Koch (Bovine Vallée) sur milieu synthétique de Sauton, âgés de huit jours, préparés selon la technique de Valtis.

J'ai inoculé les filtrats ainsi obtenus dans les ganglions du cou situés à proximité du sternum et au-dessous de l'aponévrose de la trachée. Ces ganglions sont ordinairement assez volumineux pour permettre d'y injecter avec une aiguille fine $0^{cm^3},1$ de liquide.

Les ganglions ainsi inoculés sont ensuite prélevés après des temps variant entre 8 et 52 jours, et les frottis effectués avec ces ganglions ont été colorés d'après la méthode de Ziehl-Nielsen.

Si les opérations sont faites aseptiquement, les cobayes survivent presque tous. Et c'est l'avantage de cette technique, car elle permet, après le prélèvement des ganglions et l'examen microscopique de ceux-ci, de conserver les animaux.

Dans mes expériences, j'ai cherché à éviter toute cause d'erreur provenant des manipulations auxquelles sont soumis les ganglions et pouvant apporter des bacilles acido-résistants provenant d'autres sources.

Je me suis, bien entendu, tout d'abord préoccupé de vérifier s'il était possible de découvrir quelque bacille acido-résistant dans le système ganglionnaire, soit de cobayes neufs dont les ganglions avaient été inoculés avec de l'eau physiologique stérile, soit de cobayes trouvés spontanément infectés de l'adénite de Vincent.

Les résultats de ces examens, minutieusement effectués, ont toujours été négatifs.

Les inoculations intraganglionnaires d'ultravirus tuberculeux ont porté sur trois séries d'animaux.

Dans la première, j'ai inoculé dans un ou deux ganglions $0^{cm^3},1$ de filtrat préparé comme il a été indiqué ci-dessus.

Dans les frottis des ganglions prélevés après 8 et 15 jours, chez les cobayes ainsi inoculés, j'ai pu déceler, après une recherche qui n'a jamais dépassé 30 minutes, des bacilles acido-résistants typiques dans 41 pour 100 des cas.

Dans les ganglions prélevés plus tardivement (22, 28, 35 et 52 jours) je n'ai jamais trouvé la moindre forme bacillaire acido-résistante.

Pour la moitié des animaux chez lesquels l'examen microscopique des ganglions inoculés avec le filtrat était apparemment négatif, il a suffi d'un seul passage de ganglion en ganglion pour mettre en évidence des bacilles acido-résistants.

Les résultats positifs de la première série sont donc, en réalité, de 71 pour 100.

Dans une seconde série d'expériences, j'ai inoculé dans les ganglions $0^{cm^3},1$ du même filtrat concentré au $\frac{1}{3}$.

Dans les frottis de ces ganglions, j'ai trouvé de nombreux bacilles acido-résistants typiques dans 100 pour 100 des cas.

Enfin, chez les animaux de la troisième série, qui étaient spontanément

infectés d'adénite de Vinzent, j'ai pu injecter 1^{cm^3} de filtrat non concentré.

Dans la couche périphérique de ces ganglions qui contenaient du pus, j'ai trouvé très aisément des bacilles acido-résistants typiques et en grand nombre dans 100 pour 100 des cas.

Les animaux neufs inoculés dans les ganglions avec des ganglions bacillifères n'ont jamais présenté, même après trois passages successifs de cobaye à cobaye, la moindre lésion tuberculeuse classique, fût-ce après une survie de 4 mois.

Il ressort de ces expériences :

1° Que l'injection intra-ganglionnaire de filtrat de cultures tuberculeuses, ou du virus de passage, est le moyen le plus facile et le plus sûr pour mettre en évidence les formes visibles de l'ultravirus tuberculeux avec les plus faibles doses de filtrat.

2° Que l'on trouve ces bacilles, comme l'ont déjà constaté MM. Calmette et Valtis, dans les quinze premiers jours qui suivent l'inoculation. Après cette date, les bacilles sont susceptibles de disparaître.

A 15^h40^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier (*suite et fin*).

Bibliothèque de biologie générale. *La variation et l'évolution*. Tome I : *La variation*, par Émile Guyenot. Paris, Gaston Doin et Cie, 1930; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. Caullery.)

Berthelot n'est pas l'égal de Lavoisier, par Albert Passagez. La Louvrière, imprimerie commerciale et industrielle, s. d.; 1 fasc. 24cm.

L'ancienne et la nouvelle théorie des quanta, par Eugène Bloch. Paris, Hermann et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Brillouin.)

Tout le corps humain (*Encyclopédie illustrée des connaissances médicales*), publiée sous la direction du Dr Henri Bouquet. Paris, Hachette, 1929; 2 vol. 31cm.

Fifth International Botanical Congress. Cambridge 16-23 *august* 1930. *Program*, Londres, British Museum, 1930.

Encyclopédie entomologique. XII. *Histoire naturelle des Coléoptères de France*, par G. Portevin. Tome I : *Adephaga-polyphaga : staphylinoïdea*. Paris, Paul Lechevalier, 1929; 1 vol 25cm,5. (Présenté par M, E.-L. Bouvier.)

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XXXIX : *L'analyse indéterminée de degré supérieur*, par M. T. Nagell. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XL : *Géométrie sur les surfaces et les variétés algébriques*, par M. L. Lefschetz. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XLI : *Géométrie de situation de Jeux*, par M. A. Sainte-Laguë. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

La carbonisation dans ses rapports avec les problèmes d'économie nationale. Conférence faite le 13 *avril* 1929 *à la Société industrielle de l'Est*, par Georges Kimpflin. Nancy, Grandville, 1929, 1 fasc. 24cm.